

数学科教育の理解を高めるための 数値解析ソフトウェアの適切な活用

松尾 響・佐藤元彦・小泉真也

●要約

情報通信技術（ICT）は、今や国民の日常生活に欠かせないものとなり、社会における通常の業務においても当たり前利用されるようになってきた。学校教育のひとつの使命として、社会の多様な要請に応えていくことが肝要であり、ICT が生産性や生活の向上を求めて発展する中で、一連の技術に長けた人材の育成は、国際競争力の観点と併せて、教育現場における継続的な課題となっている。

これまでの教育現場での ICT 教育は、リテラシーの範疇に長くとどまってきた。リテラシーを超えた範疇に対する教育の指針は、限られた授業数の中で独立して定めることが困難な中、長きにわたる模索を経た末に、授業での利活用という形で新たな教育政策が取りまとめられた。

筆者らは、教育現場における ICT の利活用へのスムーズな移行を目的に、中学・高校の統計教育を対象に、ソフトウェアの選定と授業の指針を提案する。本稿ではその実践を前に、一連の構想を示す。

●キーワード

教育政策

情報通信技術（ICT - Information and Communication Technology）

確率と統計

数値解析ソフトウェア

GNU R

1 . 序論

近年における情報通信技術 (Information and Communication Technology : 以下 ICT) の進展は、児童・生徒への ICT リテラシー教育が進んだことや、携帯電話をはじめとした情報端末の浸透によって、コミュニケーション手段の変化に大きな影響をもたらした。遑って「マルチメディア」と称された複数メディアの一元統合的な表現手法は、「書物」のあり方を大きく変える可能性をはらんできた。

教育においても ICT 技術の影響は例外ではない。たとえば「板書」の概念は、電子黒板や文書作成ソフトウェアを通じて、電子的文書による資料に置き換わることで授業の履歴を長期的に残し、復習や遠隔教育の充実に貢献するような変化をもたらす。これまで、こうした ICT 技術の導入は、公的なモデル事業や教師の自主的な取り組みによって進められてきたが、この数年で教育界全体において「教育の情報化」への大きな動きが示された。

1 . 1 教育における ICT 導入の戦略

平成20年に告示された新学習指導要領では、情報活用能力など社会の変化に対応するための子どもの力をはぐくむための教育の情報化の要請から、中学、高等学校の数学教育の情報化に関する内容の充実が図られた。これは、諸外国の理数系科目でコンピュータの利用が盛んに行われていることが背景にある。たとえば中学校数学では、コンピュータの導入の目的として「授業時間の有効活用としてのコンピュータの利用」、「イメージしづらいものの可視化による学習促進」、そして「情報収集手段」を挙げ、ICT 機器を適切に活用し、学習の効果を高めることがより一層求められている。具体的な内容として、中学校では、資料の活用におけるヒストグラム作成にコンピュータの利用を推奨している。また円周角の問題など幾何学の授業において、コンピュータの可視化による、学習理解の促進を期待している。高等学校の数学科科目においても、関数のグラフの可視化や資料の活用、データ分析、確率分布と統計的な推測の中でコンピュータの積極的活用が強調されている。

文部科学省が平成22年10月に作成した「教育の情報化に関する手引」では、「教育の情報化」を「情報教育」、「教科指導における ICT 活用」、「校務の情報化」とであると定めた。特に「教科指導における ICT 活用」が重要視され、ICT を活用し学習意欲を向上させる中で、数学的な思考力や表現力といった学力を高める効果が期待されている。

総務省と文部科学省は、平成23年11月に「ICT を活用した先導的な教育の実証研究に関する協議会」を開催し、教育の情報化について両省がそれぞれ推進する事業を連携・調整していくことを確認した。具体的には、総務省の「フューチャースクール推進事業」と文部科学省の「学びのイノベーション事業」を指す。それぞれの事業は、教育分野での ICT 活用を促進し、児童・生徒の教え合いを支援する目的をもつ。

平成25年4月に自由民主党がとりまとめた「教育再生実行本部 成長戦略に資するグローバル人材育成部会提言」では、グローバル人材育成のための3本の矢として、「英語教育の抜本的改革」、「イノベーションを生む理数教育の刷新」、そして「国家戦略としての ICT 教育」が挙げられている。国家戦略としての ICT 教育には、2010年代中に1人1台のタブレット PC (情報端末) を整備し、全教師が、児童生徒の発達段階に応じた ICT 活用指導力を身に付ける、全世界最高水準の ICT 教育コンテンツ・システムの創造情報リテラシーの育成、そして情報モラル教育の実現が謳われ、その提言が中

教審答申の方向性ともなっている。

1.2 教育における ICT 導入の効果

総務省が平成23年4月に発行した「教育分野における ICT 利活用推進のための情報通信技術面に関するガイドライン(手引書)」によれば、ICT を活用した授業は、活用しない授業と比較して学力が向上することが実証的に示されているとする一方で、教育分野において ICT の利活用が十分に進んでいないことを問題点に挙げている。学校ごとの ICT 環境は、ハードウェア、ソフトウェア共に予算面に加えて、教師の情報技術における熟練度が左右し、その格差は、カリキュラムの継続性に影響を及ぼす。

数学科教育におけるソフトウェア導入の先例として、GRAPES (GRAph Presentation & Experiment System) という関数グラフ作成ソフトの活用例がある。GRAPES は、フリーソフトウェアであり、MS-DOS および Windows 上で動作する。極限値の計算を除く高等学校で出てくるほとんどの関数を、数式の記述によって作図でき、動的なパラメータの変化やマウス操作などによって、視覚的な方面から理解を促すことに役立つソフトウェアである。

奈良教育大学が実施した研究授業「中学校数学における ICT 利用による授業実践 比例のグラフを題材として」では、GRAPES の操作と PowerPoint のアニメーション機能を活用することによって、ICT 機器を活用した授業において準備時間を抑える方法を計画し、「比例のグラフ」の単元で実践を行った。既存のプレゼンテーションソフトと GRAPES の組み合わせによって、短時間で教材を作成することができ、生徒に対して視覚的にわかりやすい授業を行うことができた[1]。

石川県立松任高等学校では、同校の総合学科1年のうち、習熟度別クラス編成において特に数学に苦手意識を持った生徒たちに対して、GRAPES の操作と PowerPoint のアニメーション機能を活用した教材を作成して、「二次関数のグラフ」の単元で実践を行った。授業実践およびアンケートを通して、コンピュータを自ら操作し、授業に活用することは、生徒の主体的に学ぶ姿勢を養うことや数学に関する興味・関心を喚起する意味で効果があったとしている。また、黒板とチョークでは表現し難いものについて、コンピュータを用いて動きをつけて表現することは、理解を深めるために有効であったとしている[2]。

新学習指導要領では、特に統計に関する記載が散見される[3]、[4]。昨今の「ビッグデータ解析」の隆盛もあり、統計を読み解く力は、社会人の持つべき能力として不可欠なものとなっている。学校の授業においても、統計は、算数・数学の範囲にとどまらず、社会や理科など科目横断的な性質を持ち、その重要性は大きい。GRAPES の活用事例から伺えるように、ソフトウェアを活用した授業の実現は、科目・単元の内容に対応するソフトウェアの選定に依るところが大きく、統計の授業においても幅広い統計処理をサポートするソフトウェアが求められる。岩手大学教育学部附属中学校の佐藤寿仁教諭が平成23年度にまとめた「中学校数学『資料の活用』における指導のあり方」では、資料の電子化に Microsoft Excel を用い、ヒストグラムの作成ソフトウェアとして simplehist を使用した授業を実践しており、指導の方向付けとして有益な事例を示している[5]。

1.3 提案

筆者らは、上述の国家戦略としての ICT 教育という観点では、中学、高等学校の数学教育においては、新学習指導要領で想定しているコンピュータの活用という形で留まることが許されない緊急の課題であると考え。しかしながら、教育再生実行本部の国家戦略としての ICT 教育と、現在の新学習指導要領におけるコンピュータの活用の到達目標とは大きな乖離がある。数学においては、適切な定義(手続き)から発展する様々な定理の理解、数学的な美しい世界が展開することの理解は重要である。ICT の習得は、ハードウェアの性質上、与えられた問題の解決を手順として示すことに始まる。したがって ICT を絡めた教育の充実にはアルゴリズムスキルの育成が不可欠であり、その手段としてプログラミング言語の理解を必要とする。このように、情報教育と数学教育における課題は相補的な関係になっており、さらにグローバル人材養成という観点で共通の重要課題である。

そこで筆者らは ICT 利活用的手段として、数学の統計教育を対象にプログラミング言語を伴う数値解析ソフトウェアの活用に踏み込んだ教材を志向し、その実践を提案する。本稿では数値解析ソフトウェアには、統計処理の組み込み命令を多く備えた GNU R を用い、単一の環境で強力な統計処理と純粋な数学的手続きの記述、そしてグラフの描画を実現するための事例を示す。

以下に、本稿の概要を示す。2 章ではいくつかの数値計算ソフトウェアの環境を取り上げ、本稿で GNU R を選定した理由を述べる。3 章では 中学・高校で学習する統計について GNU R による表現の事例を示し、4 章では本提案に対する今後の評価方針を定める。

2. 数値計算ソフトウェアの選定

ICT の活用は、手段であって授業の目的ではない。よって、新学習指導要領にも教育再生実行本部の提案にも、具体的なソフトウェア選定の指針は示されていない。しかしながらこのことは、教育の ICT 化をどのような目的で進めるかといった理念の要求に対して、教育現場の意思決定に困惑と停滞をもたらすものでもある。

数値計算の手続きを記述するにあたり、一般的なプログラミング言語は、コンピュータシステムに寄った水準の言語構造と、ハードウェアの管理やデータ型といった数学と異なる概念が要求されるため、純粋な数学理論の理解には不向きである。したがって、ソフトウェアの選定は数学理論に基づく多くの組み込み命令と強力な描画環境を備えた数値解析ソフトウェアが望ましい。

本章では、一連の要求を満たす数値計算ソフトウェアをいくつか挙げ、ソフトウェアの選定に一考を促すとともに、本稿で GNU R を選定した理由を示す。

2.1 主な数値計算ソフトウェア

2.1.1 表計算ソフトウェア

Microsoft Excel(以下「Excel」)をはじめとする表計算ソフトウェアは、ハードウェア導入時に付属していることも多く、すぐに使用でき、教本等が充実していることから、現在の学校教育の授業において最も実践的に使われているソフトウェアであると考え。しかしながら、組み込み関数がどのような計算法を用いているかが公開されておらず、計算結果の正確さの評価が困難であること、そして定型処理を記述するためのプログラミング言語である VBA の言語仕様が厳密なデータ型を要求するこ

とから、純粋な数学的手続きの理解を妨げることが考えられる。

2.1.2. SPSS

SPSS は、IBM の統計解析ソフトウェアの製品群である。社会科学やビジネスに必要なデータの統計分析に適し、表計算ソフトウェアとの比較においては、社会調査データによくある「無回答」、「非該当」といった欠損値の処理や、カテゴリーの組み換え、加算尺度の算出などを簡単に行うことができる。表計算ソフトウェアのようなセル構造でデータを入力して、対話的なマウス操作によって、統計解析やデータ間の関連の調査、そしてグラフ・表の作成といった作業を簡単に行うことができる。ただし、高度な機能を簡便な操作で使いこなすスタイルは、手続きの提示を重視するものではない。与えられたデータに対して適切な分析を行うためには、ある程度の統計学の知識と豊富な SPSS の機能との対応付けを必要とし、結果をどのように求めて解釈するのかは、SPSS を使用する分析者の能力（統計学や SPSS の）に関わる問題である。

(<http://www.kisc.meiji.ac.jp/~nino/2008/spss.html>)

2.1.3. 数式処理ソフトウェア

商用ソフトウェアである Mathematica や MATLAB、フリーソフトウェアである Maxima や Sage (セイジ) に代表される多くの数式処理ソフトウェアは、数式の展開機能を有することが特徴的な点であり、関数の微積分、方程式・微分方程式の解、ラプラス変換などの特殊な演算にも対応する。処理手続きを記述する言語の仕様において、多くの処理環境でデータ型システムは動的であり、純粋な数学的手続きを記述することができ、工学的応用に加え基礎科学の解析もカバーする。その機能から、ハードウェアには相応の性能が求められることや、多くのソフトウェアとの連携を実現するためのセットアップの知識を必要とするが、代数学寄りの単元においては有益なソフトウェアであるといえる。

2.1.4. GNU R

GNU R (以降、単に「R」と呼ぶ) は、オープンソースかつフリーソフトウェアとして公開されている、統計解析向けのプログラミング言語とその開発実行環境である。もともと統計解析言語として開発された S 言語を参考としており、ベクトルに基づいた動的なデータ型システムによる純粋な数学的手続きの実現と、多様な統計手法を提供する。プログラムコードがすべて公開されているため、どのような計算手法を採用しているかが明確であり、プログラムが洗練されることと相まって、高い信頼性を生んでいる[6]。

2.2 R を採用する利点

前節に挙げた数値計算ソフトウェアの中で、筆者らが統計教育における ICT の利活用として R に着目する理由には、大きく三つの要因がある。一つは、R が統計解析言語の性質を有し、データ型システムが動的であることである。中学・高校の統計に要件に対して、R は組み込み関数とプログラミングによってほぼ100%これらを満たすことができる。またプログラミングにおいては事前の変数の宣言や型付けを省略することができ、純粋な数学的手続きを視覚的に理解することに有効である。も

う一つは、フリーソフトウェアであることである。これは予算の多寡に関わらず信頼性の高い ICT 環境を整備することに貢献し、教師個々のソフトウェアに対する習熟を支えることに貢献する。最後に、継続性と将来的な発展への期待である。R は高水準な統計解析と視覚化を単純な文法で活用できることから、教育環境のみならずプロフェッショナル・ユースでも活用され、学習スキルをそのまま活かすことができる。また、統計解析に対する人材要求の高まりから、R 言語が2011年に全米で最も関連書籍販売が伸びたプログラミング言語となったことが明らかとなっている。

3 R を用いた統計処理の手引き

3.1 資料の活用 (中学1年)

新学習指導要領における「資料の活用」の位置づけは、「目的に応じて資料を収集し、コンピュータを用いたりするなどして表やグラフに整理し、代表値や資料の散らばりに着目してその資料の傾向を読み取ることができるようにする」とされており、ヒストグラムの階級、範囲、相対度数や、平均値、中央値、最頻値といった代表値の必要性和意味を理解し、資料の傾向をとらえて説明できることが求められている。このときコンピュータの利用は、大量のデータ整理、端数のある数を扱う場合などで作業の効率化を図り、資料の傾向を読み取ることに重点を置いて指導できるようにし、生徒一人一人がコンピュータなどを操作したり、一斉指導における提示用の機材として用いたりするなど、その有効な利用方法を工夫することが必要である。

R では任意のベクトル変数 (ここでは“data”とする) に対して以下の構文でデータを代入する。

```
> data <- c(153, 141, 154, 154, 164, 156, 154, 154, 153, 152, 151, 143, 141, 155, 152, 157, 159, 149, 155, 159, 151, 146, 152, 162, 150, 164, 161, 159, 149, 154, 144, 157, 152, 150, 157, 163, 160, 165, 152, 153, 145, 161)
```

これを、たとえばクラスの身長を調査したサンプルとするとき、度数分布表は次の構文で出力することができる。

```
> table(cut(data,seq(min(data),max(data),by=3)))
```

このとき、度数分布表は、by=3 に基づき階級幅を3として以下のように出力される。

```
(141,144] (144,147] (147,150] (150,153] (153,156] (156,159]
      2      2      4      10      8      6
(159,162] (162,165]
      4      4
```

なお、min(data), max(data) は、それぞれ最小値、最大値を示し、R はこのほかに組み込み命令として基礎的な代表値である平均値、中央値、最頻値を同様の書式で実現できる。変数 data に代入したデータのヒストグラムは、以下の構文によってグラフ・ウィンドウに表示される。

```
> hist(x,breaks = seq(min(x),max(x),by=3))
```

上記の構文によって出力されたヒストグラムを図1に示す。

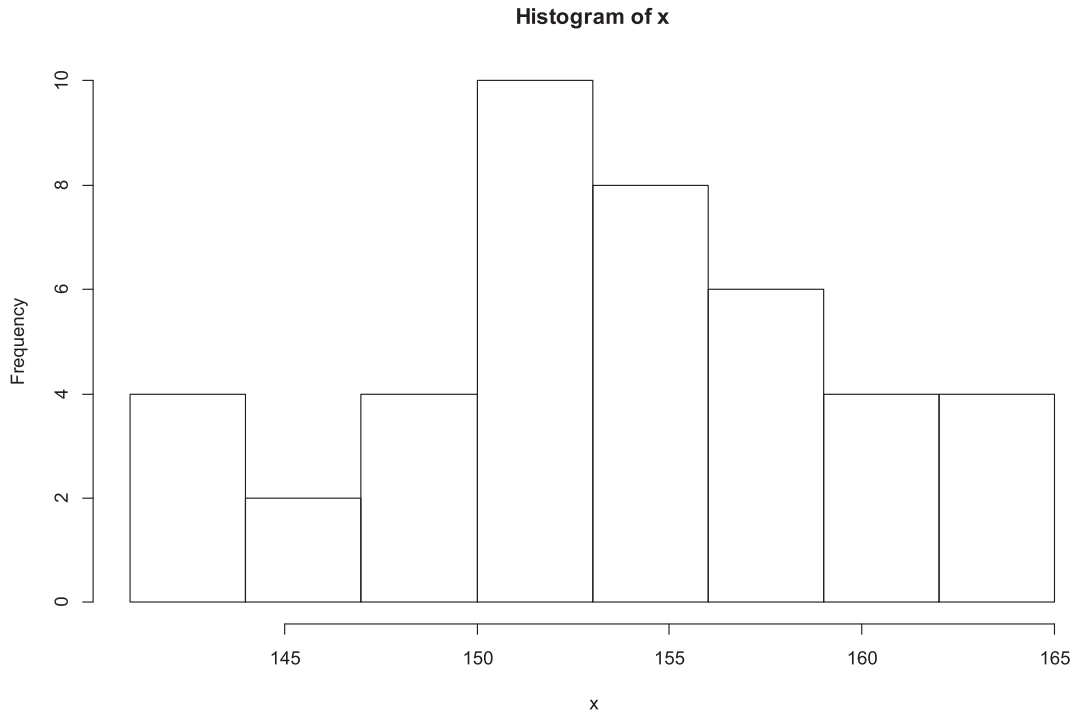


図1 . R によるヒストグラムの描画

3.2 標本調査 (中学3年)

新学習指導要領における「母集団と標本」の位置づけは、「コンピュータを用いたりするなどして母集団から標本を取り出し、標本の傾向を調べることで母集団の傾向が読み取れることを理解できるようにする」とされており、標本調査の必要性和意味を理解し、簡単な標本調査を行って、母集団の傾向をとらえ説明することが求められている。このときコンピュータの利用は、作業の効率化に加え、分布形状に基づいた乱数を利用することによって、母集団から標本を抽出する際に必要なデータを生成することに有効である。また、生徒自身が予測や判断の前提として、資料の信頼性に目を向けられるようにすることも大切である。

自然現象に基づくデータの分布は正規分布に基づいており、Rでは標準正規乱数に対して、データの平均値および標準偏差を定めることによって、下記の構文のように母集団を生成することができる。

```
> data <- round(rnorm(n=120,mean=163,sd=8))
```

このとき、変数 data に格納されたデータは、以下の書式で閲覧できる。

```
> data
```

格納されたデータの平均値および母標準偏差は、それぞれ $\text{mean}(\text{data})$, $\sqrt{\text{var}(\text{data}) * (\text{データ数} - 1) / (\text{データ数})}$ で確認でき、妥当性の検証に有効である。また、data から m 個のデータの無作為抽出は、次の構文を用いる。

```
> sample(data, m)
```

この出力は、他のベクトル変数 (たとえば "smp") に代入することができ、 $\text{mean}(\text{smp})$, $\text{var}(\text{smp})$, $\text{sd}(\text{smp})$ を用いることによって、それぞれ標本平均、不偏分散、そして不偏標準偏差を求めることができるため、母集団と標本との平均および標準偏差の比較に容易にアプローチできる。

3.3 データ分析（高校1年）

新学習指導要領における「データ分析」の位置づけは、「統計の基本的な考えを理解するとともに、それを用いてデータを整理・分析し傾向を把握できるようにする」とされており、累積度数・相対度数・累積相対度数、四分位偏差・分散・標準偏差といったデータの散らばり、そして、散布図や相関係数に対する理解と、それらを用いてデータを把握し説明することが求められている。このときコンピュータの利用は、大量のデータを扱うことにおける作業の効率化をより現実的に実感し、信頼の高い結果を得ることに有効である。

R は多くの確率分布に対応し、確率密度や累積分布、そして確立点を導出する命令が備わっている。相対度数は、度数分布表を作成した後、各階級の度数と全データ数との比を求めることで得られる。複数のデータの分布の違いは、それぞれを別個のベクトル変数に代入し、分布の違いを可視化するための箱ひげ図は、`boxplot()` で描画できる。ベクトル変数 `data` の四分位数は、`quantile(data)` によって導出される。

データの相関係数は `cor()` による万能な計算を提供する。このとき、相関の有無の視覚化には `plot()` が有効である。`plot()` は二次元のグラフにおいて万能な描画を提供する。

4. 評価の方針

3章では、中学・高校の統計教育の範囲が、R を用いて表現できることを示した。今後は該当する単元の教科書の内容に従って、体系的な教材を作成する。本提案の評価は、実践的な授業に対する生徒の理解度と、教材に対する教師の教えやすさが中心となる。具体的に、生徒には「自らコンピュータを授業で使ったことで、統計に興味を持ったか」、「コンピュータを使ったことで統計処理を理解できたか」、「コンピュータを使う数学の授業は分かりやすかったか」といった項目を検討している。教師には「板書だけの授業とどちらがやりやすかったか」、「コンピュータを使うことによって教えやすくなったと思うか」といった内容のほかに、インタビューを通じて「コンピュータを使うことによるメリット・デメリット」に対するコメントも求めたいと考えている。

実施方法としては、中学校または高校で研究授業の機会を設け、生徒と教師それぞれに対して5段階評価によるアンケートを実施し、調査結果に対して多変量解析を用いて傾向をつかむことを目標にする。

5. おわりに

本稿において、筆者らは、教育における ICT 導入のひとつのアプローチとして、中学および高校数学の統計を、数値計算ソフトウェアである R を用いて実施することを提案した。R の選定は、専用のプログラミング言語による定型処理を記述することによって、数学的な問題解決を手続きとして可視化し、その理解を高めることを目的とする。また、R の永続的な活用によって、学校教育を通じて習得した ICT スキルが直接的に役立つことが期待できる。

R は統合的な解析環境であり、データの読み込みから、統計処理、グラフ化までを単一の環境で閉じることができ、授業の準備時間を抑えることにも貢献するであろう。ただし、教材の策定においては、教師が R を活用ようになるために、事前訓練の指針を適切に定めなければならない。同時

に、生徒が ICT を活用するきっかけ付けのためには、特に数学が苦手な生徒に対し、その傾向を理解して ICT の下で解決を図ることが求められる。

新学習指導要領は、中学校では平成24年度から全面实施され、高等学校では平成25年度の入学生から（数学及び理科は平成24年度入学生から）段階的に適用することとされており、生徒にとって有効で、時代に沿った格差のない ICT 教育を提供するために、しっかりとした理念の構築を急がねばならない。本稿の提案が教育における ICT 活用の一助となるよう、今後とも検討を重ねていく。

●参考文献

- [1] 大室敦志, 西仲則博, 竹村景生, 「中学校数学における ICT 利用による授業実践 比例のグラフを題材として」, 教育実践総合センター研究紀要, Vol.20, 奈良教育大学教育実践総合センター, pp.301-305, 2011.
(<http://www.nara-edu.ac.jp/CERT/bulletin2011/CERD2011-H19.pdf>)
- [2] 中野悟, 「コンピュータなどを用いた数学教育 . 苦手意識を持つ生徒に興味・関心を抱かせる授業の研究.」, 平成16年度 指導者養成研修講座 研修報告 (概要), 石川県教育センター, pp.25-28, 2004.
(<http://www.ishikawa-c.ed.jp/content/houkoku/nairyuu/nairyuu2004/07nakano.pdf>)
- [3] 清水静海 (編著), 「中学校 新学習指導要領の展開 数学科編」, 初版第2刷, 明治図書出版株式会社, 2012.
- [4] 吉田明史 (編著), 「高等学校 新学習指導要領の展開 数学科編」, 初版, 明治図書出版株式会社, 2010.
- [5] 佐藤寿仁, 「中学校数学『資料の活用』における指導のあり方」, 平成23年度 統計指導者講習会, 2011.
(<http://www.stat.go.jp/teacher/dl/pdf/c1jirei/23tyu2.pdf>)
- [6] 山田剛史, 杉澤武俊, 村井潤一郎, 「R によるやさしい統計学」, 第1版第13刷, オーム社, 2013.

●英文タイトル

Easy-to-understand approach of math education by using numerical analysis software.

●英文要約

Information and Communication Technology, known as the “ ICT ” is indispensable in our lives now. To introduce the information technologies is bound to happen in our business as usual. An important part of education is to answer to the requirements of society. In the society evolving, to enhance human resources development for using the computer technology is conducive to enhance international competitiveness by efficiency and effectiveness of our activities.

The ICT educational of Japan has remained in the computer literacies. Planning the full-dress maneuvers of computer is hard in just only so many lessons. Long discussion about the education policy of ICT organized to make use of computer for effective lessons.

The authors propose a lesson’s ideas for probability and statistics of junior high schools and high schools by adopting analysis software. This paper shows the plots in advance of execution of the project.

● Key words

Education platform or Education policy

ICT (Information and Communication Technology)

Probability and statistics

Numerical analysis software(s)

GNU R