

# 質量数密度積化法と 低エネルギー重イオン核反応における 深部非弾性散乱

金山 典世

Wakkanai Hokusei Gakuen Junior College, Hokkaido, Japan.

## Abstract

低エネルギー重イオン核反応における深部非弾性散乱を記述するために、運動全体の密度行列が、質量数分布密度行列と2体運動の内部、相対運動の密度行列との積でかけるという仮定を置くことにより、生成核の質量数分布、放出核角度-散逸エネルギー分布を記述する理論を構築した。併せて、 $^{40}\text{Ar} + ^{232}\text{Th}$  at 388MeV(lab.)における数値計算を行った。結果は、従来の散乱断面積の計算結果を2桁近く改善する事、とりわけ、反応前期においてクーロンエネルギーが重要である事、が明らかとなった。

## 1 Introduction

深部非弾性散乱 (DIC) [2, 3] は、様々な方法で研究されてきた。しかし乍ら、実験値の再現 — 特に散乱断面積 — にはことごとく失敗している。また、近年シュミレーションによる数値計算（例えば、量子力学的分子動力学や、プラソフ-ウーリング-ウレンベック方程式）が精力的に行われ、深部非弾性散乱についても幾つかの計算がなされているが、これらのシュミレーションは、散乱断面積を実験と同様にカウントするもので、理論的には原子核ではなく、核子のみを古典的に扱っているという問題がある。従って、理論的には得られた結果の物理的解釈に問題があり、また、量子力学的ではないという点、実験値については、断面積を計算するには至っていない点、等の問題がある。勿論、後者の点については、純粹に計算機能力の問題であり、将来的には解消されるであろうが、前者の問題は依然として残るものである。以上の様な状況の下で、本論文においては、従来の理論的アプローチに重点を置いて考察することにする。

深部非弾性散乱に対する従来の理論的アプローチとしては、主に2つの方向がなされてきた。一つは、散逸エネルギー - 角度分布相關に着目するもので、今一つは散逸エネルギー - 質量数分布相關に着目する方向である。これらの研究は、散逸現象として深部非弾性散乱を見る場合、一定の成果を上げ、また重要な特徴をも明らかにしてきたが、本質的には、ある相關に着目するという方向性故の限界性も同時に持っていると言つても良い。従って、

現在に至るも散逸機構においては、何が主要な効果であるか、例えば、集団的効果なのか、継続的1粒子1空孔型励起効果なのか、あるいは核子移行に伴う運動エネルギーの移行の効果なのか、という点についても決着がついていない状況にある。また、先に述べたシュミレーションによる数値計算では、交換項が主要な部分を占めるという主張もあるが、シュミレーションはあくまでも古典的理論に依っていると言う点、及び、上記の模型理論とその結論が直結しないという点で、決定打とはなり得ないという事を付言しておく。

このような状況を開拓するためには、これまでの研究成果に立ち、実験データである散乱断面積をどう考えるのかという点に立ち戻る必要がある。何故ならば、散逸機構と散乱断面積とは深く関連しているからであり、散乱断面積を再現するか否かが理論の試金石となるからである。従って、先に述べた2つの理論的方向、それは即ち2つの相関を同時に考慮することを意味するが、それには主には次の2つのアプローチが上げられる。一つは、線形応答理論であり、他方は、確率論的理論である。前者は、深部非弾性散乱の散逸エネルギー・角度相関を定性的に説明するために導入された現象論的摩擦力を見事に理論的に導くことに成功し、後者は、反応生成物の質量数分布の特徴を把握することに成功した。しかし乍ら、これらの理論を直接的に統一することは多大な数値計算的困難を引き起こすものと想像され、また、物理的本質を理解する上でも障害になるものと思われる。更には、後者の理論では、その出発点が確率方程式になっているのに対して、前者では正準方程式が出発点になっているため、直線的に統一出来るという訳でもない。従って、深部非弾性散乱の特質を良く反映した形での模型が必要とされる。

本論文では、筆者の提案する質量数分布密度積化法 (Factorized Mass-number Density Method: 以下 FMDM [7] と略記する) を紹介する。この方法は、多量の質量数移行がある重イオン核反応一般に適用出来、エネルギー・角分布相関について実験値と良い一致を見ている準線形応答理論 (QLRT [5]) の理論的拡張になっているのと同時に、質量数分布も含んだ理論になっている。

## 2 Formalism

質量数分布密度積化法は、先に挙げた準線形応答理論を発展させたものであるが、同時に質量数移行を取り扱えるようになっている。理論的には、準線形応答理論 — オリジナルには、W.Nörenberg [4] らの理論 — には、質量数移行を含むように構成されているが、その取り扱いには大きな問題があり、内部座標系に質量数分布を含めている。即ち、全体系を、相対と内部座標系、及びオーバーラップ領域に分け、その後に、内部座標系を、特定の質量数をもつ系の集合として構築する訳であるが、明らかに、この方法では、相対運動は核子移行と直接的連関を失い、摩擦力のみを通じて関与することになる。従って、相対運動は移行に伴う励起と内部励起を区別する術を持ち得ない。実際に、彼らは、質量数座標のこうした取り扱い方法のみを述べるに止まり、理論全体には組み入れていない。一方、従来の反応理論、例えばチャンネル結合等、では明らかに深部非弾性散乱を扱うことは出来ない。何故ならば、深部非弾性散乱では非常に多数のチャンネルが複雑に関与しているからである。結論としては、質量数座標に関しては、新しいアプローチが取られなけ

ればならないのである。

全系の密度行列  $\hat{\rho}(t)$  に対する von Neumann 方程式は次のように書ける。

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho}(t) = [\hat{H}, \hat{\rho}(t)]. \quad (1)$$

系の全ハミルトニアン  $\hat{H}$  は、

$$\hat{H} = \hat{H}_{rel}(\hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{q}}, \hat{m}) + \hat{H}_{int}(\hat{\zeta}, \hat{\xi}, \hat{m}) + \hat{V}(\hat{\mathbf{q}}, \hat{\zeta}, \hat{m}, \hat{m}), \quad (2)$$

ここで、 $\hat{H}_{rel}$  は、2体運動の相対ハミルトニアンで、 $\hat{H}_{int}$  は、標的核(生成核)と入射核(放出核)の内部ハミルトニアンで、一方、 $\hat{V}$  は、内部運動と相対運動、及び質量数座標との結合を表している。演算子  $\hat{\mathbf{p}}$  と  $\hat{\mathbf{q}}$  は、それぞれ、相対運動の座標と共に運動量、 $\hat{\zeta}$  と  $\hat{\xi}$  は、内部座標と共に運動量であり、演算子  $\hat{m}$  と  $\hat{m}$  は、移行核子数演算子と共に運動量である。勿論、移行核子数演算子は、一種の数演算子であり、全系の核子数が不变という仮定を置くならば(実際にそうした仮定を置くのだが)、生成核あるいは放出核の数演算子であるとも解釈できる。

さて、系の全密度行列  $\hat{\rho}(t)$  における質量数分布に関して、次の積化の仮定を置く。

$$\hat{\rho}(t) = \hat{\rho}_{rel}(t)\hat{\rho}_{int}(t)\hat{\rho}_m(t) + \hat{\rho}_o(t), \quad (3)$$

ここで  $\hat{\rho}_{rel}(t), \hat{\rho}_{int}(t), \hat{\rho}_m(t), \hat{\rho}_o(t)$  は、それぞれ、相対、内部、質量数分布とオーバーラップ密度行列である。この仮定の下では、全ハミルトニアン (2) は、エネルギー保存を破っている。何故ならば、質量数が変化しているもとでは、2体系の枠組み内で全系を相対と重心系に分けることは出来ないからである。しかし乍ら、重イオン核反応のような非常に重い系を扱っており、また、深部非弾性散乱のような入射核と放出核の質量数が大きく変化しないような系では、このような運動エネルギーの破れは、散逸エネルギーに比して非常に小さいので、2体系で取り扱うことが良い近似となるものと予想される。式 (2) において、相対ハミルトニアン  $\hat{H}_{rel}$  は、以下のように記述されるものとする。

$$\hat{H}_{rel} = \frac{1}{2}\hat{\mu}^{-1}\hat{\mathbf{p}}^2 + \hat{U}(\hat{\mathbf{q}}, \hat{m}), \quad (4)$$

ここで、換算質量は演算子であることに留意しなければならない。というのは、それは質量数演算子を含んでいるからである。

ここから、摩擦力を含んだ通常のニュートン方程式を得るには、一般化ガリレイ変換

$$\begin{aligned} \hat{G}(t) &= \exp\left[\frac{i}{\hbar}(p(t)\hat{q} - q(t)\hat{p})\right] \\ \hat{\rho}_G(t) &= \hat{G}^+(t)\hat{\rho}(t)\hat{G}(t) \end{aligned} \quad (5)$$

を式 (1) ~ (4) に用いて、動座標系に移り、更に、以下の古典量を定義する。

$$\mathbf{p}(t) = \text{Tr}(\hat{\mathbf{p}}\hat{\rho}(t)), \quad (6)$$

$$\mathbf{q}(t) = \text{Tr}(\hat{\mathbf{q}}\hat{\rho}(t)), \quad (7)$$

ここで、 $\mathbf{p}(t)$  と  $\mathbf{q}(t)$  は相対の古典座標と共役運動量である。

その結果、摩擦力  $F(t)$  を持ったニュートン方程式

$$\frac{d}{dt} \mathbf{p}(t) = -\nabla \text{Tr}_m(U(q(t), \hat{m})\hat{\rho}_m(t)) + \mathbf{F}(t), \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{q}(t) = \frac{1}{\mu(t)} \mathbf{p}(t), \quad (9)$$

$$\mu(t) = \text{Tr}_m(\hat{\mu}^{-1}\hat{\rho}_m(t)), \quad (10)$$

$$\mathbf{F}(t) = -\text{Tr}_{int}\text{Tr}_m\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}}\hat{V}(q(t), \hat{\xi}, \hat{m})\hat{\rho}_{int}(t)\hat{\rho}_m(t)\right) \quad (11)$$

が結合項  $\hat{V}$  の 1 次の展開の元で得られる。これらの方程式において、 $\text{Tr}_a$  は、対応する  $a$  の部分空間でのトレースを取ることを意味する。さて、ここで、上記の相対運動の古典量は、通常の意味での古典平均軌道とは異なっていることに注意しなければならない。何故ならば、質量数分布に関してもトレースを取っているために、様々な生成核と放出核の組み合わせに対する統計平均量となっているためであり、そうした意味で、2重古典平均軌道とも言うべきものになっているからである。この点に関して、こうした統計平均を軌道について取っていることが、問題であると考えられるかもしれないが、実は、理論的には、後で取り扱う相対運動の分布密度にこの平均からのずれは考慮されているので、正確な取り扱いをすれば問題ではなく、こうした意味では、最初に述べた相対と重心運動の分割の問題とは性質が異なっている。

さて、次に、この古典軌道からの発展について考察することにする。オーバーラップ密度行列について、式(3)を用いて次の式から出発し、

$$i\hbar \frac{d}{dt} \hat{\rho}_o(t) = i\hbar \frac{d}{dt} \hat{\rho}_G(t) - \hat{\rho}_{rel}(t)\hat{\rho}_{int}(t)\hat{\rho}_o(t), \quad (12)$$

オーバーラップ密度行列に関する近似微分方程式

$$i\hbar \frac{d}{dt} \hat{\rho}_o = [\hat{q} \cdot \hat{f}, \hat{\rho}_{rel}\hat{\rho}_{int}\hat{\rho}_m] + [\frac{1}{2}\hat{\mu}^{-1}\hat{p}^2(t) + \frac{1}{2}\hat{\mu}^{-1}\hat{p}^2 + \hat{U}(q(t), \hat{m}), \hat{\rho}_o], \quad (13)$$

が得られる。この方程式の第 0 近似

$$\hat{\rho}_o(t) = \frac{1}{i\hbar} \int_{t_0}^t dt' [\hat{q} \cdot \hat{f}, \hat{\rho}_{rel}\hat{\rho}_{int}\hat{\rho}_m], \quad (14)$$

を用いて、2 次の摂動計算を行い、

$$i\hbar \frac{d}{dt} \hat{\rho}_o(t) = \frac{1}{i\hbar} \int_{t_0}^t dt' [\frac{1}{2}\hat{\mu}^{-1}\hat{p}^2(t), [\hat{q} \cdot \hat{f}, \hat{\rho}_{rel}\hat{\rho}_{int}\hat{\rho}_m(t')]] \quad (15)$$

$$+ \frac{1}{i\hbar} \int_{t_0}^t dt' [\frac{1}{2}\hat{\mu}^{-1}\hat{p}^2, [\hat{q} \cdot \hat{f}, \hat{\rho}_{rel}\hat{\rho}_{int}\hat{\rho}_m(t')]] \quad (16)$$

$$+ [\hat{q} \cdot \hat{f}, \hat{\rho}_{rel}\hat{\rho}_{int}\hat{\rho}_m]. \quad (17)$$

が得られる。最終的に、オーバーラップ密度関数の解が次の様に得られる。

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_o(t) = & \frac{1}{\hbar^2} \int_{t_0}^t dt' (t-t') [\hat{\rho}_{rel}(t') \hat{\rho}_{int}(t') \hat{\rho}_m(t'), [\frac{1}{2} \hat{\mu}^{-1} \{ p^2(t) + \hat{p}^2 \}, \hat{q} \cdot \hat{f}(t')]] \\ & + \frac{1}{i\hbar} \int_{t_0}^t dt' [\hat{q} \cdot \hat{f}(t'), \hat{\rho}_{rel}(t') \hat{\rho}_{int}(t') \hat{\rho}_m(t')].\end{aligned}\quad (18)$$

このようにして得られたオーバーラップ関数の解(18)を相対密度行列の定義に用い、更にマルコフ過程を仮定すると、相対密度行列に対して、

$$\begin{aligned}i\hbar \frac{d}{dt} \hat{\rho}_{rel}(t) = & \frac{1}{2} \mu^{-1}(t) [\hat{p}^2, \hat{\rho}_{rel}(t)] \\ & + \mathcal{M}_{\alpha\mu\beta} \hat{p}_\alpha \hat{q}_\beta \hat{\rho}_{rel}(t) - \mathcal{M}_{\beta\alpha\mu} \hat{p}_\alpha \hat{\rho}_{rel}(t) \hat{q}_\beta - \mathcal{M}_{\mu\alpha\beta} \hat{q}_\beta \hat{\rho}_{rel}(t) \hat{p}_\alpha + \mathcal{M}_{\beta\mu\alpha} \hat{\rho}_{rel}(t) \hat{q}_\beta \hat{p}_\alpha \\ & + \mathcal{N}_{\alpha\beta} [\hat{q}_\alpha, \hat{q}_\beta \hat{\rho}_{rel}(t)] - \mathcal{N}_{\beta\alpha} [\hat{q}_\alpha, \hat{\rho}_{rel}(t) \hat{q}_\beta]\end{aligned}\quad (19)$$

が得られ、これを古典量に変換するためにウイグナー変換を行うと、最終的に古典的密度分布関数  $\rho_{rel}^W$  が次のように得られる。

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} \rho_{rel}^W(p, q, t) = & \{-\mu^{-1}(t) p_\alpha \frac{\partial}{\partial q_\alpha} - \frac{1}{i\hbar} (\mathcal{M}_{\alpha\mu\beta}^{(+)} - \mathcal{M}_{\mu\alpha\beta}^{(+)}) p_\alpha q_\beta \\ & + \frac{1}{2} (\mathcal{M}_{\alpha\mu\beta}^{(-)} - \mathcal{M}_{\mu\alpha\beta}^{(-)}) q_\beta \frac{\partial}{\partial q_\alpha} - \frac{1}{2} (\mathcal{M}_{\alpha\mu\beta}^{(-)} + \mathcal{M}_{\mu\alpha\beta}^{(-)}) p_\alpha \frac{\partial}{\partial p_\beta} + \mathcal{N}_{\alpha\beta}^{(-)} q_\beta \frac{\partial}{\partial p_\alpha}\} \rho_{rel}^W \\ & + \{\frac{i\hbar}{4} (\mathcal{M}_{\alpha\mu\beta}^{(+)} + \mathcal{M}_{\mu\alpha\beta}^{(+)}) \frac{\partial^2}{\partial q_\alpha \partial p_\beta} + \frac{i\hbar}{2} \mathcal{N}_{\alpha\beta}^{(+)} \frac{\partial^2}{\partial p_\alpha \partial p_\beta}\} \rho_{rel}^W,\end{aligned}\quad (20)$$

ここで、

$$\rho_{rel}^W(\mathbf{p}, \mathbf{q}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{r} \exp(-\frac{i}{\hbar} \mathbf{p} \cdot \mathbf{r}) \langle \mathbf{q} + \frac{1}{2} \mathbf{r} | \hat{\rho}_{rel}(t) | \mathbf{q} - \frac{1}{2} \mathbf{r} \rangle, \quad (21)$$

$$\mathcal{M}_{\alpha\mu\beta}^{(\pm)} = \mathcal{M}_{\alpha\mu\beta} \pm \mathcal{M}_{\beta\mu\alpha}, \quad (22)$$

$$\mathcal{M}_{\alpha\mu\beta}^{(\pm)} = \mathcal{M}_{\mu\alpha\beta} \pm \mathcal{M}_{\mu\beta\alpha}, \quad (23)$$

$$\mathcal{N}_{\alpha\beta}^{(\pm)} = \mathcal{N}_{\alpha\beta} \pm \mathcal{N}_{\beta\alpha}, \quad (24)$$

$$\mathcal{M}_{\alpha\mu\beta} = \frac{1}{i\hbar} \int_{t_0}^t dt' (t-t') \text{Tr}_{int} \text{Tr}_m (\hat{f}_\alpha(t) \hat{\mu}^{-1} \hat{f}_\beta(t') \hat{\rho}_{int}(t') \hat{\rho}_m(t')), \quad (25)$$

$$\mathcal{N}_{\alpha\beta} = \frac{1}{i\hbar} \int_{t_0}^t dt' \text{Tr}_{int} \text{Tr}_m (\hat{f}_\alpha(t) \hat{f}_\beta(t') \hat{\rho}_{int}(t') \hat{\rho}_m(t')) \quad (26)$$

上の方程式系において、もし換算質量を  $c$  数であるとするならば、準線形応答理論が形式的に得られ、更に幾つかの近似を施せば、相対運動の偏差方程式に関しては輸送理論と一致する。それ故に、質量移行効果を含んだ正当な拡張であると思われる。主な相違は、右辺の第2、第3項で、これらは質量移行による中間状態と初期状態との違いを記述するものである。従って、これらの項は、質量移行による2重古典平均軌道からの発展を記述している。

さて、最後に質量数分布について考察することにする。この段階では、 $\hat{\rho}_o(t)$  と  $\hat{p}^2$  を含んだ項は無視することにする。前者については、簡単のためであり、いわば第0近似である。一方、後者については、質量数移行に伴う平均軌道からのずれに起因するものであり、系がまったく異なるものとならないならば許される近似であろう。以上の近似を施すと、質量数密度行列  $\hat{\rho}_m(t)$  は、次のように簡略化される。

$$i\hbar \frac{d}{dt} \hat{\rho}_m(t) = [\frac{1}{2} \hat{\mu}^{-1} p^2(t) + \hat{U}(q(t), \hat{m}) + \hat{H}_{int} + \hat{v}^t, \hat{\rho}_m(t)], \quad (27)$$

$$\hat{v}^t = \text{Tr}_{int}(\hat{V}^t \hat{\rho}_{int}), \quad (28)$$

ここで、 $\hat{V}^t$  は、 $\hat{V} = \hat{V}^t + \hat{V}^{ex}$  を構成する移行行列で、内部励起行列  $\hat{V}^{ex}$  とともにオーバーラップ行列を構成する。従って、項  $\hat{V}^t$  は、標的核と入射核のレベル占有状態の平均的な意味での情報が含まれている。詳しく各効果を見積もる為に、 $\hat{\rho}_m$  の成分表示を次のように導入する。

$$\hat{\rho}_m(t) = \sum a_{\ell n}(t) |\ell\rangle\langle n|, \quad (29)$$

ここで、ケット  $|\ell\rangle$  は、入射核及び放出核の波動関数を意味し、質量数演算子をオペレーターさせると固有状態として質量数分割数  $\ell$  を得る。

$$\hat{m} |l\rangle = l |\ell\rangle, \quad (30)$$

この表現において、質量数分布は以下のように記述される。

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d}{dt} a_{\ell n}(t) &= \left\{ \frac{1}{2} p(t)^2 (\mu_\ell^{-1}(t) - \mu_n^{-1}(t)) + (U_\ell - U_n) + (E_\ell^{int} - E_n^{int}) \right\} a_{\ell n}(t) \\ &+ a_{\ell \pm 1 n}(t) \langle \ell | \hat{V}^t | \ell \pm 1 \rangle - a_{\ell n \pm 1} \langle n \pm 1 | \hat{V}^t | n \rangle, \end{aligned} \quad (31)$$

$$U_\ell = \langle \ell | \hat{U}(q(t), \hat{m}) | \ell \rangle, \quad (32)$$

但し、上記の方程式において、移行行列に関して以下の制限を設けた。

$$\langle \ell | \hat{V}^t | n \rangle = 0 \quad \text{for } n \neq \ell \pm 1. \quad (33)$$

また、質量数分割数  $\ell$  に対する内部エネルギー  $E_\ell^{int}$  は、 $E_\ell^{int} = \langle \ell | \hat{H}_{int} | \ell \rangle$  で得られるものとする。従って、内部エネルギーには、励起エネルギーと結合エネルギーが共に含まれており、数値計算では結合エネルギーに対して Weizsäcker-Bethe の半経験的質量公式を用いることとする。

上記の方程式を得る上で、我々は幾つかの近似を施したが、古典的ではなく、あくまでも量子力学の方程式に止まっている点に注意しなければならない。相対分布関数に関しては、ウイグナー変換を施す事で古典的分布関数を得た訳であるが、質量数分布に関しては、そうした古典化は甚だ疑問であり、従って、我々はこの方程式系をそのまま数値的に解くことにする。

### 3 Calculation

前章で、陽子、中性子移行両方を含む質量数分布に関する方程式を得たが、これらを全て数値的に解くことは、非常に多大な計算機資源を要し、甚だ困難である。従って、ここでは、陽子移行のみを含む場合について計算を行った。とりわけ、質量数分布密度積化の仮定について興味があるので、相対の分布に関しては、式(20)を簡単化し、輸送理論と同じものにとり、摩擦力、1体ポテンシャルについても同じにとる。従って、主な相違は、質量数分布とその反映である軌道方程式となる。輸送理論では、質量数分布はガウス型に仮定されており、加えてその中心位置は不变であり、分散のみの発展が含まれている。一方、我々の理論では、質量数分布に対してはそのような仮定は含まれておらず、更に、結合エネルギーを通じて入射核、標的核の安定性も考慮されている。また、同様に、クーロンポテンシャルや核のポテンシャルを通して2体系の安定性も考慮されていて、これらの条件が相対運動と結合している。しかし、移行運動量に関しては、直接は考慮されておらず、摩擦力に含まれると仮定している。

質量数分布に関して、移行行列は以下の性質を持つという簡単な仮定を置く。

$$\begin{aligned}\tilde{V}_{\ell n} &= \tilde{V}_{n\ell}, \\ \tilde{V}_{\ell n} &= \langle \ell | \hat{V}^t | n \rangle.\end{aligned}\tag{34}$$

故に、移行強度  $\tilde{V}_{\ell n}$  は実数である。この仮定は、単に数値計算を簡単にする為に導入する。更なる現実的計算をする為には、複素数であることを必要とするであろう。何故ならば、質量数について非対称な系では、強制力が存在し、それ故に非対称な移行強度を考慮しなければならないからである。この章の終わりにおいて、再びこの問題については議論するつもりである。また、内部運動については本論文では取り扱わないので、内部状態の占有状態への移行強度の依存性についても仮定を置く必要がある。そこで、原子核同士の接触領域においては、強度  $\tilde{V}$  は、励起エネルギーに線形的に比例するという仮定を置く。

$$\tilde{V}_{kl} = (a_0 + a_1 E^*) f(r) \delta_{kl \pm 1} \quad \text{for all } k,\tag{35}$$

ここで、 $f(r)$  は輸送理論で用いられている重なり密度である。この仮定は、移行確率は内部励起するに従って増加するという事実を単純に反映するものであり、換言するならば、パウリの排他効果を単純にモデル化したものであると言える。係数  $a_0, a_1$  は、断面積を再現するように決める。この計算においては、 $^{40}\text{Ar} + ^{232}\text{Th}$  at 388 MeV 反応の Ar 放出核の 30 度(実験室系)での断面積にあうように決めた。パラメーターの探索に当たっては、厳密な探索は計算時間の関係上行えず、桁単位での探索のみを行った。また、計算に当たっては、質量数分布行列の空間は  $41 \times 41$  に限った。

図 1 の実線が最適な移行強度に対して得られた Ar 放出核の  $30^\circ$  における散乱断面積の計算結果である。移行係数は、 $a_0 = 10^4, a_1 = 10^2$  であった。点で示されているのが実験値([1])で、破線が Weidenmüller らの輸送理論に基づいて計算した結果である。

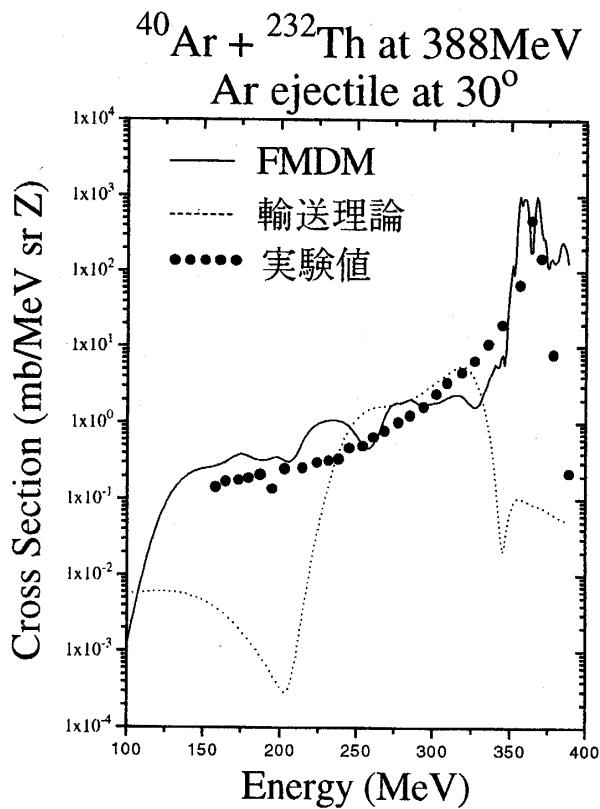


図 1

明らかに、輸送理論では全体の傾向、大きさを再現できていないが、FMDM では同じ摩擦係数、ポテンシャルを用いているにもかかわらず非常に良い一致を得ている。この理由は質量数の分布の取り扱いの違いに起因し、輸送理論ではガウス関数型に仮定しているのに対し、FMDM ではそのような仮定を置いていない点にある。質量数分布については後程詳述する。さて、先に、移行係数を  $a_0 = 10^4, a_1 = 10^2$  としたが、これが大きすぎるようと思われるかもしれないが、実際には、式(31)-(34)を用いると、 $a_0 f(10.0[fm])/\hbar \sim 20\text{MeV}$  程度であるので、大き過ぎるという訳ではないが、やや大きめである。これは、核子移行列を対称であると仮定した結果であるように思われる。

図 2 は、同じ計算で得られた他の放出核の微分散乱断面積で、主に 30 度付近を中心にはげた。明らかに見て取れる通り、移行係数は図 1 の実験値に合うように決めているにも関わらず他の放出核についても 30 度付近では非常に良い。準弾性散乱領域では実験データとの相違が若干見られるが、元々こうした領域は直接反応に近い領域なので個々の放出核の断面積まで再現することは困難である。一方、こうした直接反応的な性格が薄れ、放出

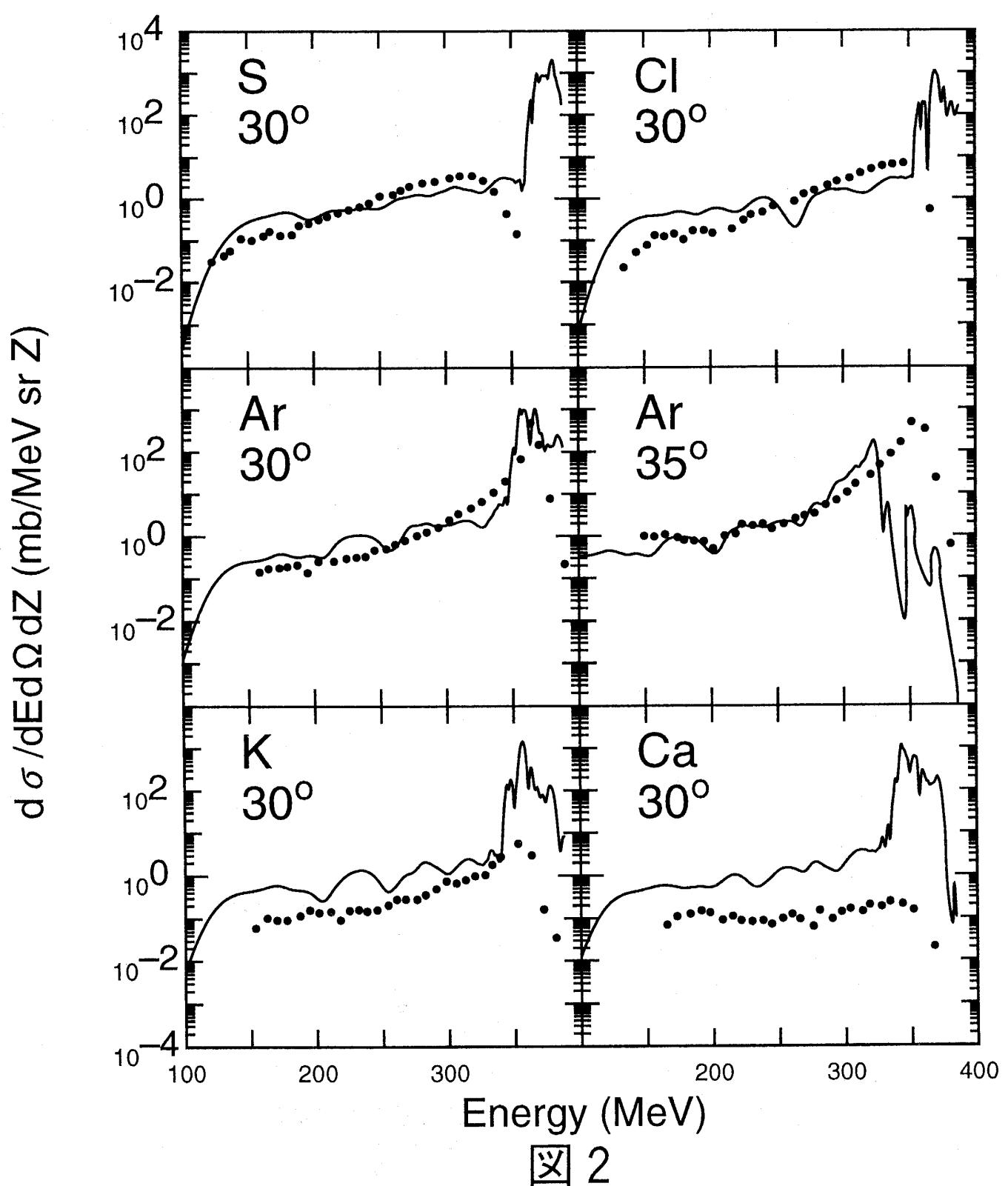


図 2

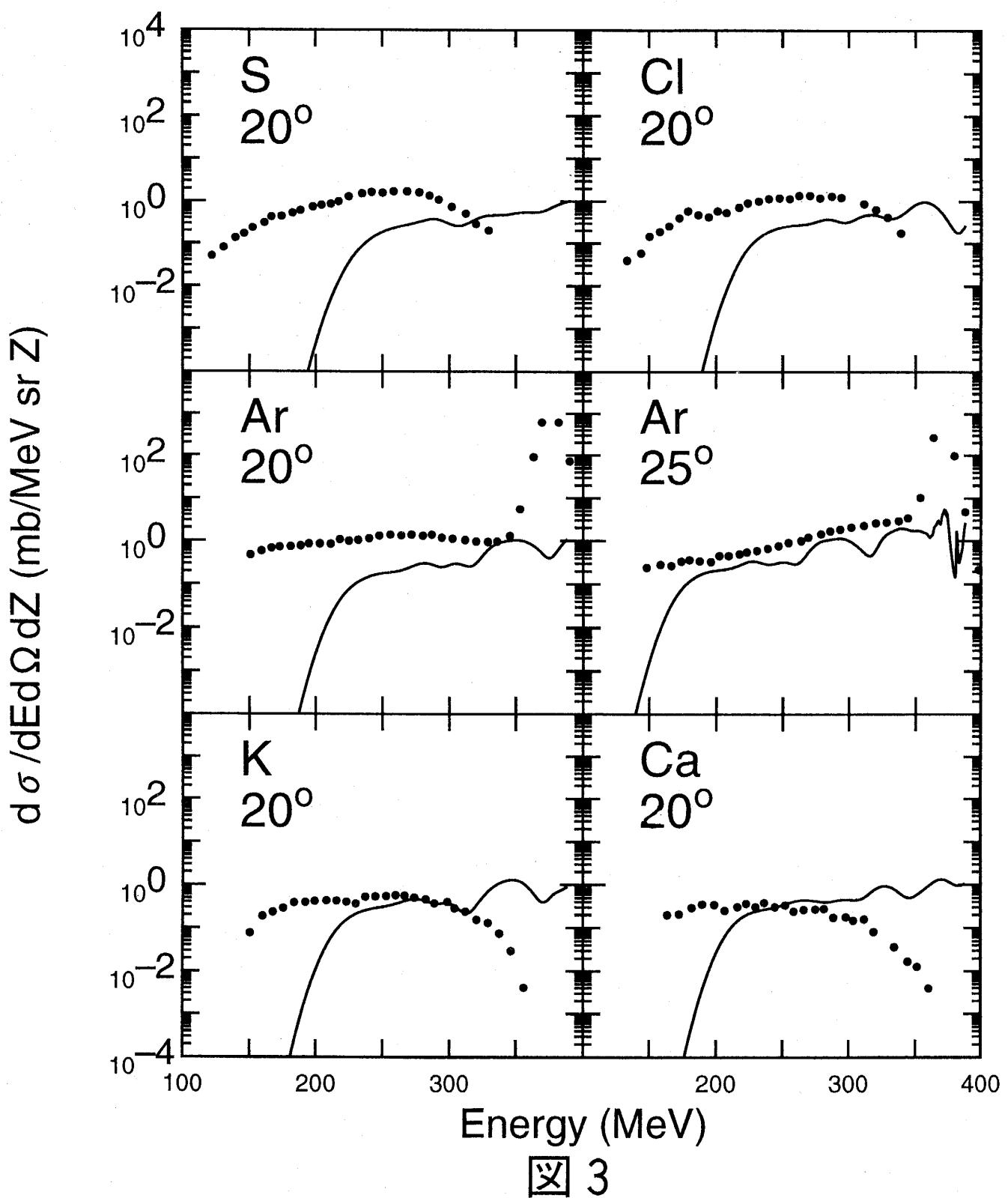


図 3

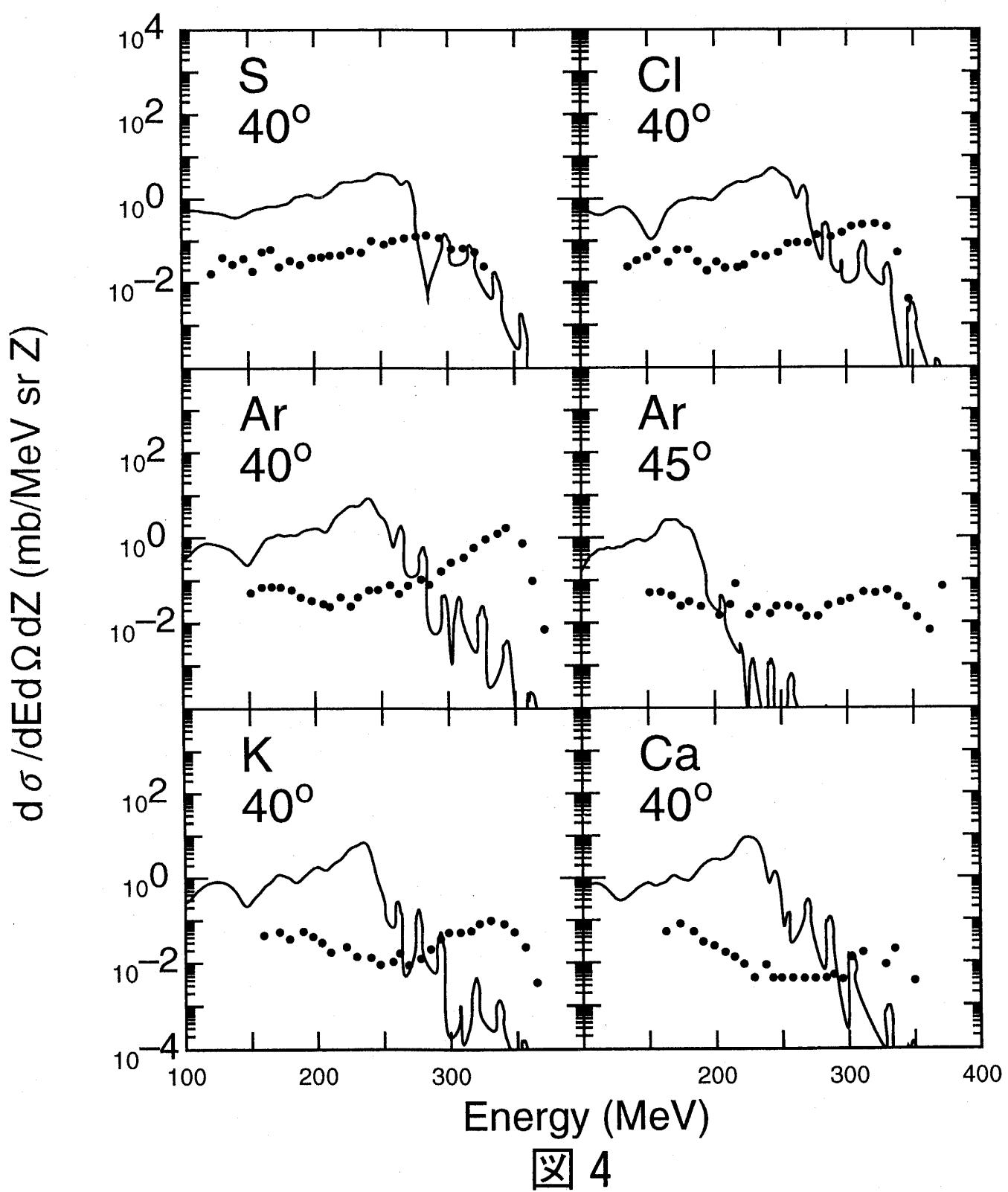


図 4

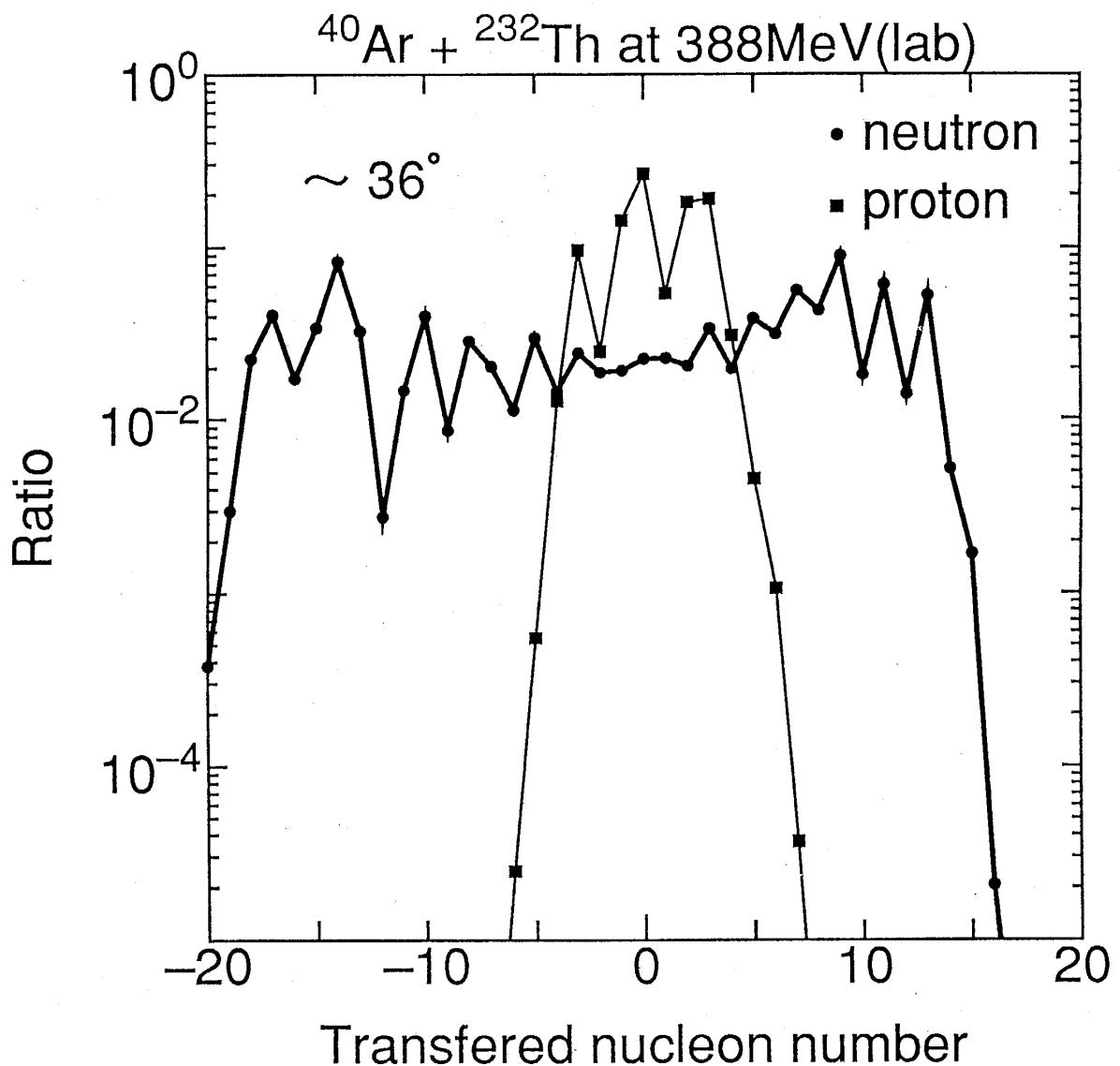
核のエネルギーが下がるに従って全般的な実験値の再現性は非常に良く、質量数分布の統計的性格が前面に出ている結果と思われる。

図3、4は同じく主に20度及び40度付近の微分散乱断面積であるが、20度付近では量的には良い再現性を示す一方、その頂点などにおいて若干のずれが見て取れる。これは、FMDMには内部運動の叙述が含まれているのだが、計算時間の関係上、摩擦力については輸送理論と同じものを採用したことによる影響である。実際、準線形応答理論などではこの頂点の軌跡の実験値への一致は非常に良く、従って準線形応答理論とほぼ同じ内部運動方程式を持つFMDMでも高い再現性が得られることが期待出来るものと思われる。この摩擦力の問題が大きく現れているのが40度付近を図示した図4である。深部非弾性散乱では、この断面積の頂点の傾向性を見るために、等高線図にして実験値と比較するのが常であるが、本計算では図2-4でも明らかのように散乱断面積に大きな振動が見られ、そのために等高線での比較が困難なために本論文では掲示していない。しかし、先に述べたように準線形応答理論ではこの等高線図の実験の再現性は良いことが示されているので、本理論でもそうした計算を行うことでこの問題は解決できるものと思われる。

さて、先に述べたように本論文では陽子移行のみを考慮した計算を行っている。勿論、本来は陽子・中性子双方を考慮に入れた計算が望ましいが、現状の計算機資源では困難である。一方、中性子移行のみを考慮した計算も可能であるが、実はあまり芳しい結果とはならない。放出核の中性子数を測定した実験がない以上、実験との比較という点においても問題はあるが、こうした点を考慮したとしても中性子移行のみを考慮した計算は実験値からは程遠い結果であった。この中性子移行と陽子移行の相違が何處に起因するかを調べるために、中性子移行強度係数を仮に陽子移行の場合と同じに取った時の、かすり角付近における中性子移行及び陽子移行の場合の夫々の質量数分布を図5に示した。この2つの場合のその際だった違いが図5から見て取ることが出来る。通常、かすり角付近での衝突では、接触時間が短く準弾性散乱であると見て良い。従って、核子移行が大量に発生してはならないのだが、中性子移行の場合は質量数分布がほぼ全ての生成物に広がってしまっており、非物理的な結果になっている。一方、陽子移行の場合は上記の要請をきれいに満たした、入射核の質量数を中心とした鋭いピークを示している。このことは、陽子移行に比して、中性子移行は非常に起こりやすいものであり、従って、この強すぎる中性子移行係数によって非物理的な結果が導かれたのである、現実的には中性子移行係数は小さくなければならないことを示している。逆に、陽子移行はクーロンポテンシャルと結合エネルギー両者によって、強く制限を受けているために、移行の為には強い移行強制力を必要としているのだが、そのような強制力は元々は系の荷電非対称性に起因するものである。

次に、図6に反応時間に対する質量数分布の変化をみるために、いくつかの衝突係数について陽子移行の場合の質量数分布を掲げる。この図では、かすり角の少し内側の反応においては荷電分布は急速に拡がって行くが、その場合においてもやはり入射核付近に分布しており、とりわけ入射核付近の分布は平坦に近いものになっている点が特徴的である。この現象は、実験的にも早期荷電平衡現象として良く知られたものであり、本計算が実験値を良く再現しているのはここに起因しているものと思われる。さて、更に、この分布の細かい構造を見るならば、分布が振動しているように見えるが、これは本計算が元々離散的性格（式(31)）を持っている事に端を発し、その上に、揺動として働くと予想される重

## Mass Distribution



b=9.64fm for proton

b=9.60fm for neutron

図 5

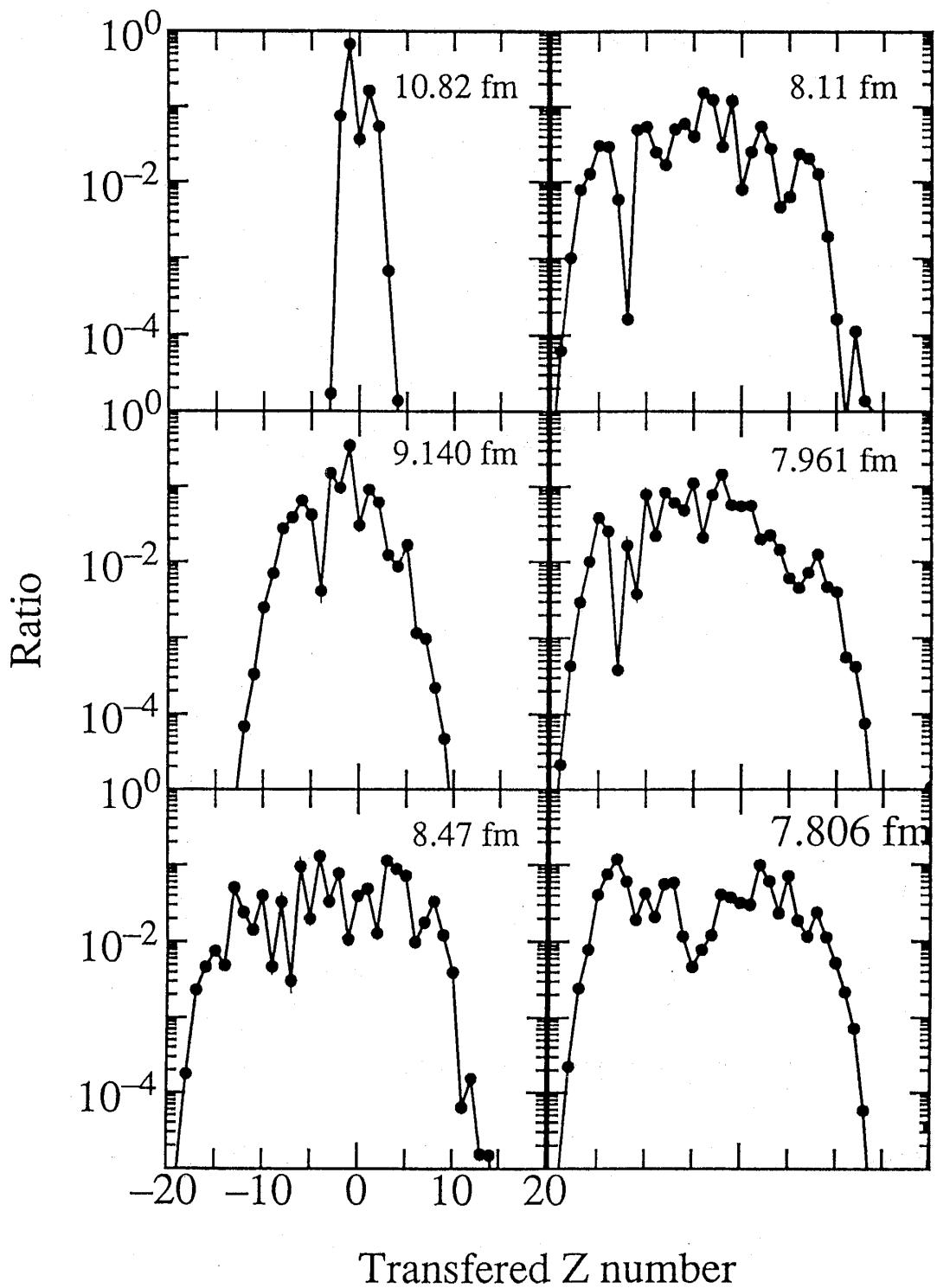


図 6

なり密度からの寄与をすべて無視した結果、この離散的性格が強調されるためである。また同時に、この質量数分布の振動は、平均換算質量、平均ポテンシャル、平均摩擦力に作用し、結果として古典軌道もその影響を受ける。そのために質量数分布の振動が誘起され、その結果散乱断面積にも振動が出現しているものと思われる。従って、揺らぎを考慮に入れた質量数分布計算をする事で、こうした大きな振動は緩和されると考えられるが、一方それでもなおかつこうした振動が残る可能性もある。しかし、ここで注意しなければならないのは、本計算では陽子移行のみを考慮したものであり、実験値は様々な質量数を持つ特定の放出核種について断面積を測定しているために、様々な同位体からの寄与が平均化されているという可能性もある。故に、すべての核子移行をも取り入れた計算と比較すべきものであろう。

## 4 Summary

本論文では低エネルギー重イオン反応における深部非弾性散乱を理解するために筆者によって提案された質量数分布密度積化法を概観した。この手法により、相対運動、内部運動、質量数分布が相互に結合した方程式が得られ、結果として、任意の反応生成物に関する断面積を得る事が出来る。この意味で、質量数分布密度積化法は深部非弾性散乱を完全に記述する初めての理論的枠組みを与え、同時に、線形応答理論と確率論的方程式を統一した理論にもなっている。計算は、陽子移行のみの場合について行い、陽子移行の場合に実験値との非常に良い一致を得た。この結果から、早期荷電平衡状態を理解する為には、相対ポテンシャル及び結合エネルギーにおけるクーロンエネルギーが本質的な役割を果たしている事が明らかとなった。また、早期荷電平衡状態における生成物分布を理解する上で、ガウス分布仮定が成立しない事、本論文におけるように現実にそくして離散系として取り扱う事が重要である事を明らかとした。

今後の課題として、本計算では相対運動、質量数分布から核の内部運動を切り離し、内部運動に関しては従来の理論を援用しているが、これを更に統一的に取り扱う事、とりわけ、内部発展と質量数分布の発展運動とを同時に記述する事が重要であると思われる。また、陽子移行と中性子移行を別々に計算したが（これは純粹に計算機資源の問題である）、これを同時に計算することも必要である。更に、核子の移行強度は実数であるとしたが、本来的には複素数として扱うべきものであり、それは非対称移行強度を導く為に必要なものである。しかし、一方でこの強度関数の内部状態への依存性は全く明らかでなく、従来の核反応理論・実験双方において全く取り扱われていないを問題である。従って、理論的には何らかの新しい方向性が必要であろう。

### *Acknowledgement.*

本理論を構築するに当たって、議論をして頂いた大阪市立大学桜木博士、東京都立大学鈴木博士、大阪大学故深山博士に感謝するとともに、故深山博士のご冥福をお祈り致します。計算結果について議論して頂いた北海道大学大西博士に感謝します。計算するに当たっては、大阪大学核物理研究センターの FACOM 1800 を使用させて頂きました様々な便宜、協力をして頂いた核物理研究センターの皆さんに感謝致します。最後に、いつも励ましを与えてくれた妻に感謝を捧げます。

### 参考文献

- [1] A. G. Artukh, G. F. Gridnev, V. L. Mikheev, V. V. Volkov and J. Wilczynski, Nucl. Phys.**A215**, 91 (1973).
- [2] D. Agassi, C.M.Ko, H.A. Weidenmüller, Ann. Phys.**107**, 140 (1977).  
C.M.Ko, D. Agassi, H.A. Weidenmüller, Ann. Phys.**117**, 237 (1979).  
D. Agassi, H.A. Weidenmüller, C.M.Ko, Phys. Lett.**73B**, 284 (1978).
- [3] J. Wilczynski, Phys. Lett.**47B**, 484 (1974).
- [4] W. Nörenberg, Z. phys., **A274**, (1975).
- [5] N. Takigawa, K. Niita, Y. Okuhara and S. Yoshida, Nucl. Phys.**A371**, 130 (1981).  
K. Niita and N. Takigawa, Nucl. Phys.**A397**, 141 (1983).
- [6] N. Kanayama, Prog. Theor. Phys.**85**, 335 (1991).
- [7] N. Kanayama, RCNP Annual Report, 105 (1992).