学習内容の定着を持続可能とする数学的学習具によるイメージ形成の実践的研究

澁谷久

● 要約

本研究の目的は，学習内容の定着に対する「数学的学習具」の効果を示すことである．そのために，数学教育における定着の意義をとらえ，定着を定義し，その方法の在り方を考察する．また，方法にかかわる数学教育におけるイメージの定義，働き，その形成の方法，イメージ形成のための学習具の働きをとらえる．それを踏まえ，筆者が開発した学習具を使用する実験授業を策定，実践する．その結果，数学の授業に数学的学習具を取り入れることが，学習内容の理解を深め，持続可能性の高い定着を生むことを実証的に示す．

● キーワード

学習内容の定着

数学的学習具

数学教育におけるイメージ

Ⅰ．はじめに

１．本研究の意図：定着の方法の限定

学習指導要領改訂の方向性の具体的な改善事項について，「算数科・数学科では，数学に関わる事象や，日常生活や社会に関わる事象について，「見方・考え方」を働かせ，数学的活動を通して，新しい概念を形成したり，よりよい方法を見いだしたりするなど，新しい知識・技能を身に付けてそれらを統合し，思考，態度が変容する「深い学び」を実現することが求められる.」（文部科学省，2016：159）と示されている．習得した知識・技能を活用する見方・考え方を働かせて，学習対象と深くかかわり，創造することの遂行可能性を高めるためには，学びの道具としての知識・技能が定着されていることが必要である．本研究における実験授業実践校の多くの生徒の「授業で習ってすぐは解けるけど，時間が経つと解けなくなる.」という声は，学習内容の定着の度合いにおける課題を示すものである．学習内容の定着の方法として，習得した知識・技能をその後繰り返して復習する「過剰学習（over learning）」の有効性は自明であるが，習得及び習得と復習の連動の不十分さ，定着の方法の限定がこの課題の要因と考えられる．

２．研究の目的と方法

本研究は，上述の問題の所在を受けて，数学の授業に「数学的学習具」を取り入れることが，学習内容の理解を深め，持続可能性の高い定着を生むことを実証的に示す．そのために，数学教育における定着の意義をとらえ，定着を定義し，その方法の在り方を考察する．また，方法にかかわる数学教育におけるイメージの定義，働き，その形成の方法，イメージ形成のための学習具の働きをとらえる．さらに，学習内容の定着に対する数学の授業における学習具の効果を実証する．

Ⅱ．数学教育における学習内容の定着に関する考察

１．数学教育における学習内容の定着の意義

澁谷は，「算数・数学教育の特質として，論理性があり，この論理性から累積性，系統性，統合性などの特質が派生する.」（澁谷，2015：89）と述べている．これは学習の連鎖を生む質の学習内容の必要性を示している．学習の連鎖とは，応用や転移の可能性をもったもので，主体的・創造的な学習をつくる．学習内容が定着することは，再習得を行わず，学習課題の解決のための道具となる学習内容を検索できることである．すなわち，学習内容の定着は，学習課題の解決を主体的・能率的にできる学習を形成する．これは，制御体験を生み，日本の小中学生にとって課題となっている自己効力感(1)の高揚にもつながると考える．

２．数学教育における学習内容の定着の定義

数学教育における学習内容の定着した状態とは，単なる学習内容の再生能力を表すだけではなく，その学習内容が主体的・創造的学習を形成するものとなっていることを示す．それは，保持と転移の要素を含んでいる．定着された学習内容は，学習内容が直面した課題を解決するための道具となる，内面に存在する構造的な学力，シェマとしての存在となっている．ここでいうシェマは，スケンプのいう「シェマは，２つの主要な機能を持つ．１つは，既存の知識を統合することであり，もう１つは，新しい知識を獲得するうえでの心的な用具となることである.」（スケンプ，1991：28），小高俊夫のいう

「判断・行動の際に，いつでも組織的に用いることができる状態にある，ひとまとまりの一般的規準的な心的構造.」(小高俊夫，1985：43)に示される重なりの部分をとらえたものである.

> 数学教育における学習内容の定着とは，数学におけるシェマを形成することであり，そのシェマ性の持続可能性が高いことである.

３．数学教育における学習内容の定着の方法

学習内容のシェマ化には，「理解・イメージ化」，「保存」，「検索」[(2)]，の３つの状況が必要となる.「理解・イメージ化」は脳への入力，「保存」は脳内での保持，「検索」は脳からの出力である．定着の方法としては，保存に対する過剰学習（繰り返し学習）が取り入れられることが多い．また，活用として検索の状況をつくる学習課題を設定することもある．これらの状況は，「理解・イメージ化」後に位置付けられる.

習得した数学的内容を既習事項として使用する場合において，図１における「保存されていない期間」であれば検索できず，能動的ではない学び直し型の学習の設定となる.「保存された期間」であれば，主体的学習が可能になる．本研究においては，「深い学び」の実現を高めるために，「理解・イメージ化」において，保存の要素を取り入れる方法を考える.

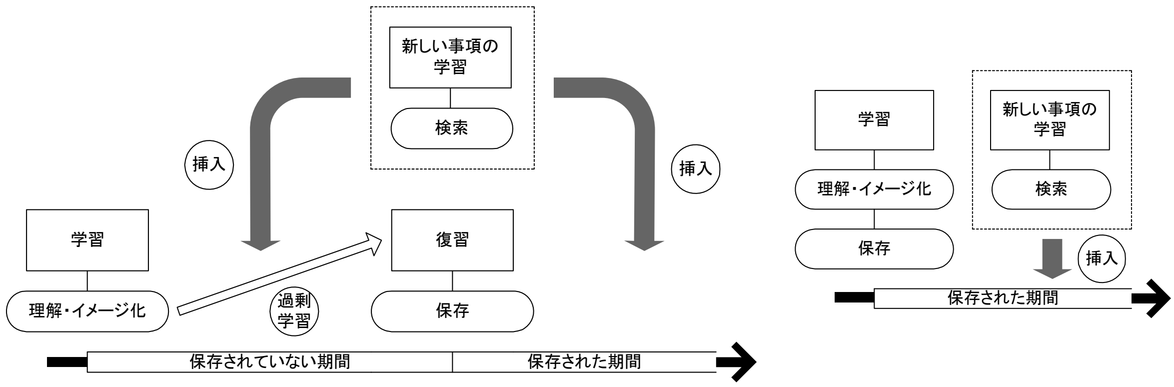


図１　理解・イメージ化，保存，検索

図２は学習定着率(Average Learning Retention Rates)を示す「Learning Pyramid」である.「Lecture(受講)」は5%,「Reading(資料や書籍を読むこと)」は10%,「Audio-Visual(視聴)」は20%,「Demonstration(実演の観察)」は30%，「Group Discussion（グループによる議論)」は50%,「Practice What They Learned(実践による経験，体験)」は75%，「Teaching Someone Else/Immediate Use(他の人に教えること/直接的な使用)」は90%である．定着率を高めるためには,「Practice What They Learned」,「Teaching Someone Else/

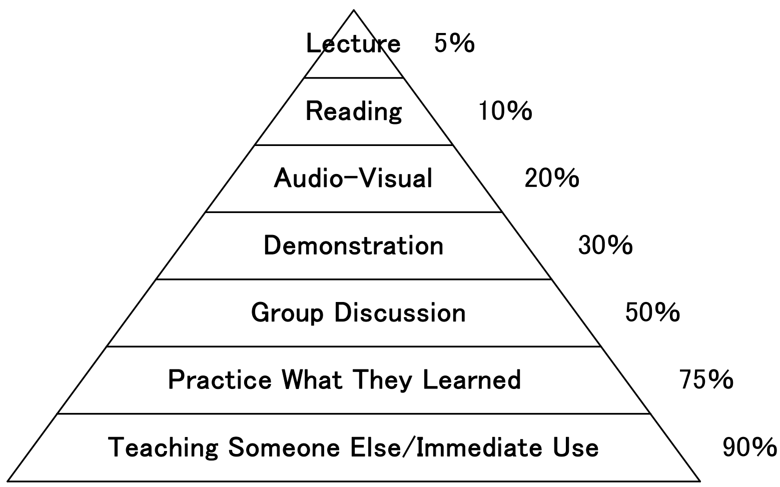


図２　Learning Pyramid(Kare Letrud，2012：117-124)

Immediate Use」を取り入れる必要があるが，「理解・イメージ化」において定着を強化するために，「Practice What They Learned」が有効であると考える．「Demonstration」との定着率の違いを考慮し，個人による現物実験[(3)]を重視する．

Ⅲ．数学教育におけるイメージに関する考察

１．数学教育におけるイメージの定義

澁谷は，「「数学におけるシェマ」とは，「数学イメージ」がともされた[(4)]「活字的に表現された数学的概念・原理・法則」，またはその組織的結合体である．」(澁谷，1997：16) と述べている．さらに，数学イメージを次のように定義している．

数学イメージは，数学的概念・原理・法則に関する表象(心の中に表現されたもの)，すなわち，学習過程で得られた数学的概念・原理・法則の印象(対象を意味・指向する)の再現されるものである (澁谷，1997：20)．

また，数学イメージを構成する３つのイメージを示している(図３)．それは，「図式的イメージ」：数学的概念・原理・法則の数学的構造を含む絵，図，具体物の表象（数学的概念・原理・法則が適用される世界の状況も含む)，「動的イメージ」：概念的操作に対応する動的な図式的イメージ，「構造化イメージ」：図式的イメージや動的イメージから数学的概念・原理・法則が浮き出た表象で，これらの３つのイメージは，それぞれ独立したものではなく，もとになるイメージを含みながら進化していくと考える (澁谷，1997：20-21)．

このイメージの進化は，ガッテニョーのイメージ観を考察した平林の次の記述と重なり合う．

「像は投射されることによって，いまの場合，知覚・運動的水準における図形構造をもつが，それは，かような投射の反復によってやがて概念的水準での構造に転化する．… (略) …子どものいまもっている像の次元を精査して，それをその次元での力動性にのせて新しい次元を獲得させていくのが，上のガッテニョーの教授法の神髄であろう．いまの場合，像は視覚的・運動的な次元しかもっていないが，それを上のような力動的な提示によって，子どもは視覚的運動のなかで不変なものとして，自己の像を概念的水準で構成しなおすであろう．」(平林，1987：212-213)

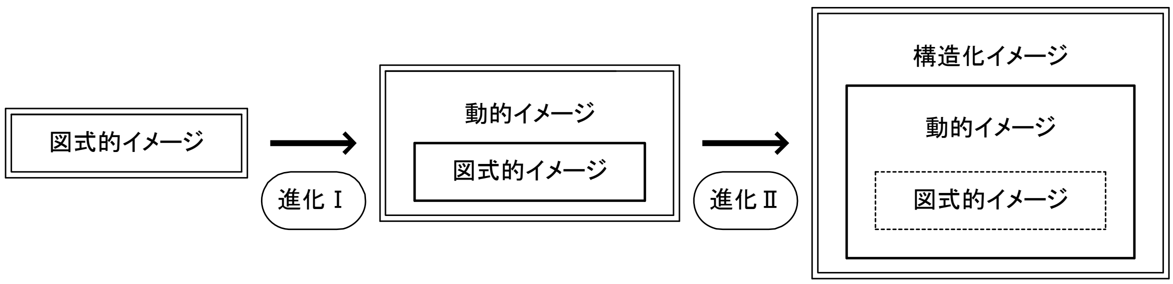


図３　数学イメージの進化 (澁谷，1997：21)

２．数学教育におけるイメージの働き

上述したように，活字的に表現された数学的概念・原理・法則に数学イメージがともされると，数学におけるシェマとなる．数学イメージは，活字的に表現された数学的概念・原理・法則をシェマと化すエネルギーを有する．しかし，数学イメージが働く場面 (「数学イメージの場」とする) は，数学にお

けるシェマが稼働されるときのみならず，シェマが形成される過程にも存在する．前者は，概念・原理・法則を，与えられた課題に活用する場面であり，後者には，概念的操作，すなわち，形式的操作の場面も含まれる．

図４に数学イメージの場を示す．数学におけるシェマ形成の基本プロセスは，３つのステップに分けられる．まず，数学的概念・原理・法則の意味付けを行うステップ，次に，概念・原理・法則が表出するステップ，最後は，概念的操作のステップである．この３ステップにより，シェマが形成され，活用の場面へとつながることになる．

数学イメージの働きとして，「見通し」思考の方向性や到達点を見通す，「理解」数学的概念・原理・法則を理解しやすくする，「概念的操作の有機化」数学的概念・原理・法則の概念的操作を有機的なものにする，「融合」直接的価値と間接的価値(5)を融合する，「活用」直面した場面に活用できる数学的概念・原理・法則を選択する，「記憶の保持」数学的概念・原理・法則を記憶保持しやすい状態にする，「ネットワーク化」数学的概念・原理・法則と他のそれとを関連させ，数学におけるシェマのネットワーク化を行う，があげられる（澁谷，1997：23-24）．これらが学習内容の理解を深め，持続可能性の高い定着を生む．

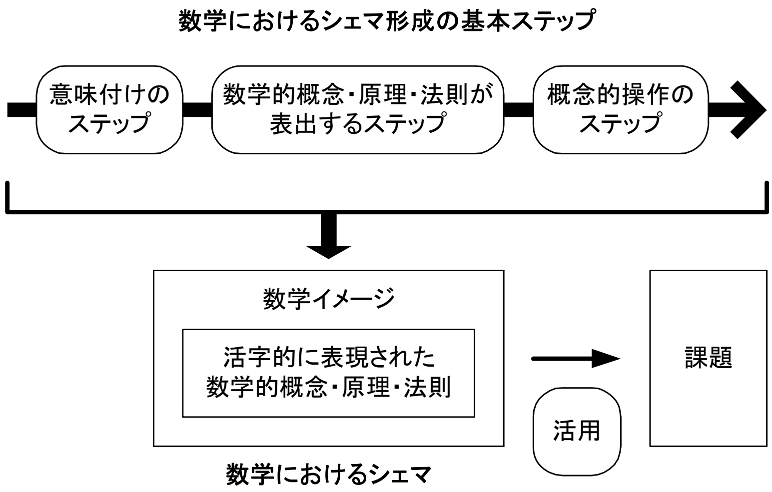


図４　数学イメージの場

３．数学教育におけるイメージ形成の方法

図式的イメージは，数学的概念・原理・法則の数学的構造を含む絵，図，具体物の表象（数学的概念・原理・法則が適用される世界の状況も含む）であるため，それを形成するためには，数学的構造を図や具体物に変換する必要がある．さらに，上述したように，図式的イメージが動的イメージに進化するためには，図式的イメージを形成する媒体に動的要素を含む必要がある．絵や図では複数のものが，具体物であれば変形できることが必要になる．さらに構造化イメージと進化して数学におけるシェマが形成されるため，図式的イメージや動的イメージから数学的概念・原理・法則を浮き出たす必要がある．これは，身体を動かすと豊かなイメージが形成される，すなわち，イメージを描くことは，単なる大脳皮質だけが働いてできるものでなく，自律神経や筋肉も参加して初めてできるという「イメージの身体性」が示すように，児童・生徒一人一人が操作できる数学的学習具を取り入れる個人による現物実験をイメージの観点から重視する根拠である．操作によって，学習具に内蔵されている数学的構造が引き出される．

Ⅳ．数学教育における学習具に関する考察

１．数学教育における学習具の定義

「数学的学習具」とは，数学を学習するために児童・生徒一人一人が所有・操作できるもので，児童・生徒自身が経験から行動や認知を変容させるための道具である．澁谷は，数学的学習具を図５のように９つに分類している．「教具」ではなく「学習具」という標記を使用するのは，児童・生徒一人一人が型紙から組み立てて所有できるもので，個々の学習活動を保証するものである，つまり，児童・生徒自身が主体的，能動的に数学をつくり上げるためのもので，指導者が提示，演示する道具，狭義の「教具」と区別することを根幹としているからである．

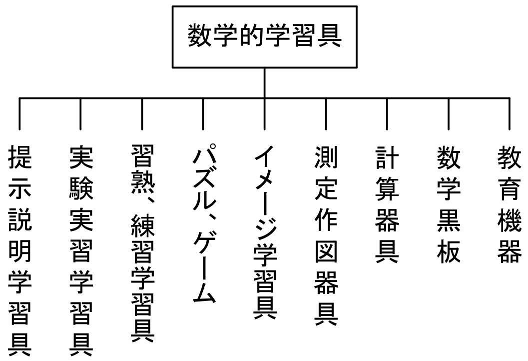


図５　数学的学習具の分類(澁谷，2012：6)

２．数学教育における学習具の働き

数学的学習具の使用目的は，「数学的概念・原理・法則にシェマを形成するイメージをともす」ことと「数学的技能の習熟，知識の定着を与える」ことに分けられ，それぞれ下に示す項目が含まれる(澁谷，1997：35-37)．

【数学的概念・原理・法則にシェマを形成するイメージをともす】
「理解」，「数学的原理・法則の導出」，「数学的概念の形成，直接的イメージづくり」，「数学的概念・原理・法則の適用例の提示」，「数学的概念・原理・法則の強調」，「ムードづくり」，「課題解決のきっかけの供給」，「数学的思考の場の設定」，「思考結果や予想の確認の場の設定」
【数学的技能の習熟，知識の定着を与える】
「数学的技能の習熟」，「知識の定着」，「計算」，「作図・測定」

「数学的概念・原理・法則にシェマを形成するイメージをともす」において，数学的学習具を児童・生徒が組み立てる，観察することにより，その映像が児童・生徒の中に形成される．その映像そのものが，初期の図式的イメージである．次に，学習具に操作が加えられる．ここでは，先に形成された学習具の映像が，静から動へ変化し，初期の動的イメージが形成される．次に，操作過程を数学的に表現する段階になる．表面上は活字的な映像が強く残るが，図式的イメージや動的イメージが隠れている．この映像が構造化イメージである．これは，活字的に表現された数学的概念・原理・法則のもつ意味を，具体的な事象に対応させて，いつでも思考できる状態をつくっている．上述したように，「図式的イメージ→動的イメージ→構造化イメージ」と，もとになるイメージを含みながら，数学イメージは進化していく．さらに，この進化とともに，３つのイメージ自体もそれぞれ進化している．それが，「初期の」という形容詞を付けた理由である．図式的イメージと動的イメージにおいては，図式化が進化を意味する．初期の構造化イメージを，「活字的に表現された数学的概念・原理・法則に数学的学習具の動的な映像やその図式化したものが隠れたもの」ととらえる．この状態を最終的な構造化イメージととらえてもよいが，「数学的概念・原理・法則を表現している活字に動作性が付加したも

の」も考えられる．数学におけるシェマ形成の源は，数学的学習具であると考える(澁谷，1997：46-47)．

操作によって引き出された数学的構造は数学におけるシェマの中で，「内面化」した数学的構造として存在する．内面化とは，図式性や操作性，さらに自己確認作用⑹による自己所有性を備えていることを意味する．自己所有性とは，獲得したものが自分のものであるという自覚が生じることで，自分の手で確認したことから生まれる．内面化した数学的構造を内蔵した数学におけるシェマには，図式的イメージや動的イメージが存在しており，さらに自己所有性がシェマを課題へ向わせるエネルギーとなる(澁谷，1997：50)．

Ⅴ．実験授業の実際と考察

１．実験授業及びその対象とデータの採取方法

本研究の目的を達成するために，学習具の使用の有無による学習内容の定着への効果に着目して２つの実験授業を設定する．どちらの授業の題材も「正の数・負の数の四則計算の仕組みをとらえる」ことである．２つの実験授業の対象は異なるが，北海道内の同一の公立中学校第１学年で，標準学力調査(ＣＲＴ)の結果がほぼ同程度で，同一の指導者が担当しているため，数学的学習具の効果をとらえるためには適していると考える．対象の生徒は，標準学力調査(ＣＲＴ)の結果から，すべての領域において全国平均を下回っている．また，基本的な計算が定着していなく，数学に対して苦手意識をもっている生徒が多いことも課題の１つである．

中学校入学後に生徒が最初につまずきやすいと考えられる数学の指導内容を中学校数学科担当教師を対象に調査したところ,「正の数・負の数の四則計算」が 82％と高い割合で選択された(2015 年１月)．ここでいう「つまずく」とは，２～３割の生徒がその学習内容の問題に正答を出せないこととする．その要因として,「計算が複雑になり，計算順序を間違える」や「項のまとまりを把握できていない」,「問題のパターンが多様になり，対応できなくなる」などがあげられた．この点を踏まえ，本研究においては，理解・イメージ化に対して困難を示す項目を設定し，学びの在り方の影響が鮮明になるようにする．

（ⅰ）学習具を使用する授業

2014 年６月 16 日に,「学習具を操作することによって，四則計算の方法をとらえ，その意味を理解する.」をねらいとする１時間の実験授業を実施した．対象の生徒は 32 名で,「学級Ａ」とする．指導計画を以下に示す.

〈問題の把握〉問題「６－６×(－３)を計算しなさい.」を把握する．〈自力解決・交流〉計算し，その方法を交流する．「６－｛６×(－３)｝」と「６｛－６×(－３)｝」の２つの方法について，計算のよさの視点から考える．〈課題の把握〉課題「四則計算ではどこで分けて計算するのかを考える.」を把握する.〈自力解決〉図６の問題を通して，学習具を操作して，課題を解決する.〈交流〉「数」,「計算できる」が分ける要素であることを確認する．〈課題の解決〉「四則計算は項で分けると計算できる.」を確認する．〈練習，発展〉練習，発展問題に取り組む.

（ⅱ）学習具を使用しない授業

2014 年６月 17 日に,「四則の優先順位を確認して, 四則計算の方法をとらえ, その意味を理解する.」をねらいとする１時間の実験授業を実施した．対象の生徒は 32 名で,「学級Ｂ」とする．指導計画を

以下に示す.

〈問題の把握〉問題「６－６×(－３)を計算しなさい.」を把握する.〈自力解決・交流〉計算し,その方法を交流する.その際,計算の優先順位を確認する.〈課題の把握〉課題「計算の優先順位は正の数・負の数の四則計算でも有効なのかを考える.」を把握する.〈自力解決〉図６の問題に取り組む.〈交流〉計算の方法,計算結果を確認する.〈課題の解決〉「計算の優先順位は正の数・負の数の四則計算でも有効である.」を確認する.〈練習,発展〉練習,発展問題に取り組む.

データの採取であるが,生徒の様子を観察し,ＶＴＲによる記録を取った.さらに,２つの実験授業による学習内容の理解とその定着度の変化をみるために,授業後とその１か月後に,下に示す「調査問題」での調査を行った(2014年７月).

【調査問題】

（１）$6+4\times(-3)$　（２）$50\div(-8+3)$　（３）$12\div(-2)^2+(-4)$

２．実験授業の問題と学習具

実験授業で使用する数学的学習具（図６）は,筆者が開発したものである.また,２つの実験授業での問題は学習具に表されている.

使用する学習具は,正の数・負の数の四則計算を項でとらえることによって,計算方法を理解するものである.「項に分ける」ことを「紙を折る」操作に対応させて,確認,修正をすることができる.「紙を折る」という操作は,簡単にやり直しができるため,生徒が思考する過程で,さまざまな考えを試すことができる.　学習具の使い方を図７に示す.

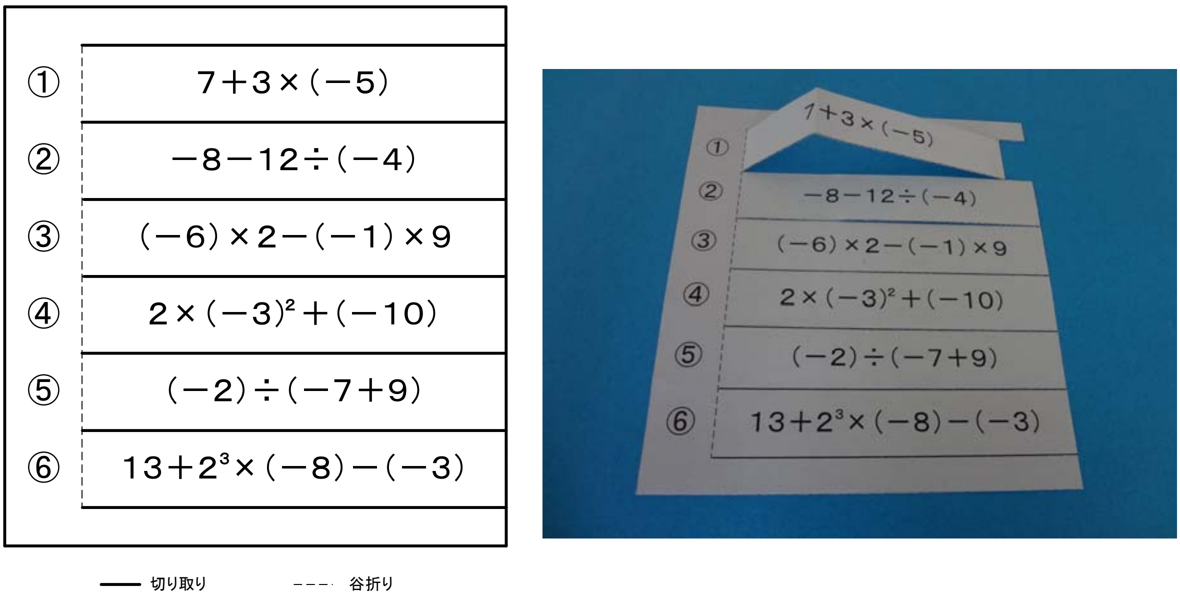


図６　学習具（左図が型紙,右図が学習具）

枠の部分をノートに貼る.また,それぞれの問題を切り離して,問題として貼り,続けて計算できる.式の分け方(紙の折り方)として,折ることで分けられたそれぞれの式(部分)が,①計算できる,②数である,のどちらかを満たすようにする.

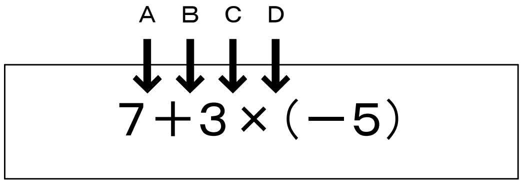
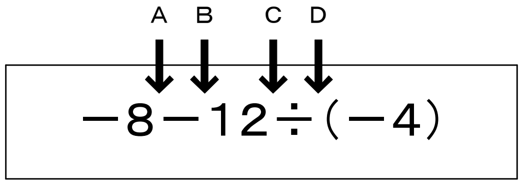
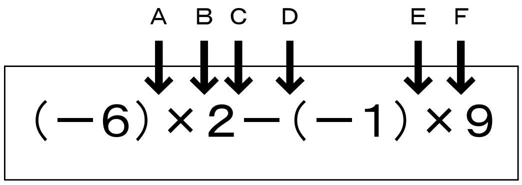
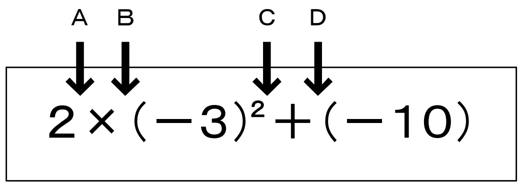
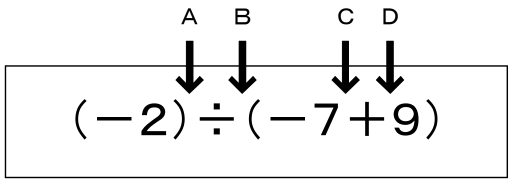
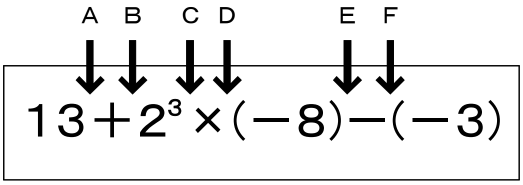
①		$\boxed{\text{A}}$：「7」は数で，「＋３×（－５）」は計算できる． Ｂ：「７＋」は計算できない． Ｃ：「×（－５）」は計算できない． Ｄ：「７＋３×」は計算できない．
②		$\boxed{\text{A}}$：「－８」は数で，「－１２÷（－４）」は計算できる． Ｂ：「－８－」は計算できない． Ｃ：「÷（－４）」は計算できない． Ｄ：「－８－１２÷」は計算できない．
③		Ａ：「×２－（－１）×９」は計算できない． Ｂ：「(－６）×」は計算できない． $\boxed{\text{C}}$：「(－６）×２」,「－（－１）×９」はどちらも計算できる． Ｄ：「(－６）×２－」は計算できない． Ｅ：「×９」は計算できない． Ｆ：「(－６）×２－（－１）×」は計算できない．
④		Ａ：「×（－３）^{2}＋（－１０）」は計算できない． Ｂ：「２×」は計算できない． $\boxed{\text{C}}$：「２×（－３）^{2}」,「＋（－１０）」はどちらも計算できる． Ｄ：「２×（－３）^{2}＋」は計算できない．
⑤		Ａ：「÷（－７＋９）」は計算できない． Ｂ：「(－２）÷」は計算できない． Ｃ：「(－２）÷（－７」は計算できず，「＋９)」も数ではない． Ｄ：「(－２）÷（－７＋」は計算できない． 式を分けることができないので，そのままで計算できる所から計算する，つまり，括弧の中から計算することになる．
⑥		$\boxed{\text{A}}$：「１３」は数で，「＋２^3×（－８）－（－３)」は計算できる． Ｂ：「１３＋」は計算できない． Ｃ：「×（－８）－（－３)」は計算できない． Ｄ：「１３＋２^3×」は計算できない． $\boxed{\text{E}}$：「１３＋２^3×（－８)」,「－（－３)」はどちらも計算できる． Ｆ：「１３＋２^3×（－８）－」は計算できない． ２か所で式を分ける（紙を折る）ことになる．

図７　学習具の使い方（□を付けた箇所で式を分ける）

３．実験授業の活動とその分析

ア．生徒の活動の様子

学習具を使用しない授業では，生徒は教師の説明を一方的に聞く時間が多くなり，受動的な姿勢になってしまうことが多かった．また，解き方がわからない問題があるとすぐに解くことをあきらめてしまう生徒も見受けられた．学習具を使用する授業では，四則計算の方法を理解するまで，学習具を使用しない授業より若干時間はかかったが，生徒は自分で四則計算の方法を考えられることから，能

動的な姿勢で授業に参加するようになった．また，解き方がわからない問題でも自分で考えて解こうとする生徒が多かった．

イ．数学的学習具の有無による学習内容の理解とその定着度の変位

全体的な傾向を把握するために，対象の２つの学級の学習直後とその１か月後の問題ごとの正答率の変化に統計的に有意差があるかを確かめるために，有意水準５％で対応のある t 検定を行った結果をまとめたものを表１に示す．

学習具を使用した学級Ａでは，問題(1)と(2)については有意差はないと判断されるため，正答率の変化は認められず，学習内容は定着しているとみることができる．また，問題(3)については，有意差はあると判断されるため，正答率の増加が認められ，学習内容の定着と合わせて，理解に深まりがあったとみることができる．

それに対して，学習具を使用しない学級Ｂでは，問題(1)と(2)については有意傾向があると判断されるため，正答率の減少が認められ，学習内容の定着が弱かったとみることができる．また，問題(3)については，有意差がないと判断されるため，正答率の変化は認められず，学習内容はある程度定着してはいたが，理解の深まりはあまりみることができなかった．

表１　問題ごとの正答率の集計結果

問題番号		学級A		学級B	
		学習直後	学習後1か月	学習直後	学習後1か月
(1)	正答率（%）	73	79	80	63
	増減（%）	＋6		－17	
	t値	0.324		0.057	
	検定結果	not significant		not significant	
(2)	正答率（%）	85	79	90	73
	増減（%）	－6		－17	
	t値	0.324		0.057	
	検定結果	not significant		not significant	
(3)	正答率（%）	39	67	50	47
	増減（%）	＋28		－3	
	t値	0.0047		0.572	
	検定結果	p＜.05		not significant	

Ⅵ．まとめと今後の課題

日本の数学教育において，新しい知識・技能を身に付けてそれらを統合し，知識の構造や思考，態度が変容する「深い学び」を実現することが求められている．そのために，創造することの遂行可能性を高めるためには，道具としての知識・技能が定着されていることが必要である．本研究において，数学の授業に「数学的学習具」を取り入れることが，学習内容の理解を深め，持続可能性の高い定着を生むことを実証的に示すことができた．特に，知識・技能を活字的な暗記ではなく，個人による操作によって数学イメージが進化し，数学におけるシェマが形成されたことにより，持続可能な定着がなされたことは特質すべき点である．定着の方法として過剰学習が中心となっている日本の数学教育を異なる視点から示唆を与えることになった．また，主体的・能動的に数学に取り組む姿勢が身に付いたとも考えられる．

「理解・イメージ」の状況に「検索」の要素を取り入れる設定にかかわる研究も定着の度合いを高める上では必要である．また，文字式への接続教材としての本実践の，文字式の学習への影響を研究することも今後の課題である．

● 注

1）自己効力感は，学業的自己効力感に限定している．国際的に最も低い状況とされる「数学の勉強に対する自信」（TIMSS2007）の質問項目には自己効力感にかかわるものがある．バンデューラは，自己効力感を生み出す基として制御体験を第１にあげている（バンデューラ,1997：3）．

2）磯田は，「数学では新たな場面で学んだことを使う発展を通して，その理解を深めることができる．」（磯田他，2008：16）と述べている．

3）数学教育における実験は「計画的なプロセスにに沿って，条件の変更に伴う現象の変化を読み取り，数学をつくり上げる活動」（澁谷,2012：7）であり，その中に位置付けられる「条件の変更に伴う現象の変化を読み取る」行いが操作で，それが具体的であるものが現物実験で，念頭のみであるものが思考実験であるととらえる．

4）「数学的概念・原理・法則にシェマを形成するイメージをともす」とは，数学的概念・原理・法則を，シェマにするために，イメージを融合させるということである(澁谷,1997:16-17)．

5）直接的価値として，数学的概念・原理・法則，数学的技能を，間接的価値として，直観力，数学的見方・考え方，表現力，情報選択力，論理的思考力，自分をみる力，学習意欲，活用力，をあげている（澁谷，1997：3-5）．

6）「数学的学習具を対象とするため，人間の内面にある『触れて動かして確認したい』というものを保障し,学習過程におけるストレスを発散させる作用」である.その作用を発動させるためには,操作の自由性が保障され,生徒自身の意志が生かされ自発的に活動できる状況が必要である(澁谷,1997：50)．

● 引用・参考文献

アルバート・バンデューラ編/元明博也訳：激動社会の中の自己効力，金子書房，3，1997.

平林一栄：数学教育の活動主義的展開，東洋館，212-213，1987.

磯田正美、笠一生編：思考・判断・表現による『学び直し』を求める数学の授業改善－新学習指導要領が求める対話：アーギュメンテ―ションによる学び方学習－，明治図書，16，2008.

小高俊夫：算数・数学授業の原理，東洋館，43，1985.

Kare Letrud：A Rebuttal of NTL Institute's Learning Pyramid，Education, Volume. 133，Issue 1，117-124，2012.

文部科学省：次期学習指導要領等に向けたこれまでの審議のまとめ(第２部)，156-160，2016.

R. R. スケンプ/藤永保, 銀林弘訳:数学教育の心理学, 新曜社, 28, 1991.

澁谷久：概念・原理・法則にシェマを形成するイメージをともす数学的教具に関する一研究，北海道教育大学教育学研究科修士論文， 1-121，1997.

澁谷久．：わかるから楽しい！中学数学おもしろ教材コレクション，明治図書，6，2012.

澁谷久：小学校と中学校の図形学習における汎用性を備える数学的学習具に関する考察，日本数学教育学会第 97 巻数学教育学論究臨時増刊(第 48 回秋期研究大会特集号），89-96，2015.

● 謝辞
本研究において，釧路市立青陵中学校越田啓人先生には，研究協力者として，実験授業の策定から実践に至るまで，大変ご尽力をいただきました．深く感謝いたします．

● 英文タイトル

A practical study on image formation by mathematical learning tools to make fixing of learning content sustainable

● 英文要約

The goal of this study is to show the effect of “mathematical learning tools” for fixing of learning content.To do that,I’m going to grasp the definition of the fixing on mathematical education, define the fixing,and study what the method should be.Also,I’m going to grasp the definition of image,the function , the method of formation ,and the function of learning tools for image formation on mathematical education about the method.Based on that, I’m going to plan and practice the experiment classes with a learning tool I developed.As a result, I’m going to show empirically the using “mathematical learning tools” in math classes cultivates a better understanding of learning content and produces the high sustainable fixing.

● Key words
fixing of learning content
mathematical learning tools
image on mathematical education